

# Chyby měření

(podrobně ve sriptech Fyzikální praktikum str. 12 – 21)

Chyba měření je kvalifikovaný odhad nepřesnosti provedeného měření. Stanovenou chybu veličiny  $U$  můžeme uvádět třemi způsoby:

- a) V absolutním tvaru: značíme  $\delta U$ , nazýváme „absolutní chyba“ (písmeno *delta* následované symbolem příslušné veličiny)

Výsledek měření pak uvádíme ve tvaru:

$$\bar{U} \pm \delta U \quad [\text{fyzikální jednotky veličiny } U],$$

kde  $\bar{U}$  je **naměřená** hodnota veličiny  $U$ .

Podle normy se chyba  $\delta U$  musí stanovit tak, aby **skutečná** hodnota veličiny  $U$  (kterou ovšem neznáme!) ležela v intervalu  $\langle \bar{U} - \delta U, \bar{U} + \delta U \rangle$  s pravděpodobností asi 70 %.

- b) V relativním tvaru:

značíme  $\xi U$ , nazýváme „relativní chyba“

(písmeno *ksi* následované symbolem příslušné veličiny)

Převodní vztah mezi absolutní a relativní chybou je:

$$\xi U = \frac{\delta U}{\bar{U}} \quad [-]$$

- c) V procentním vyjádření:

značíme  $\%U$  (znak procenta následovaný symbolem příslušné veličiny)

Platí:

$$\%U = 100 \cdot \xi U \quad [\%]$$

Uvádíme ji výrokem „chyba měření veličiny  $U$  činí  $\%U$  procent“.

## Stanovení chyby

- A) Stanovení chyby **přímo měřené** veličiny:

Přímo měřená veličina je veličina, kterou měříme **přímo** pomocí měřicího přístroje (napětí, délka, hmotnost, teplota...).

Postup – měříme veličinu  $U$ :

- 1) Vypočteme *statistickou* chybu – měříme  $N$ -krát:

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{U} - U_i)^2}{N \cdot (N - 1)}},$$

kde  $\bar{U}$  je aritmetický průměr z jednotlivých naměřených hodnot  $U_i$ . Tato chyba se nazývá **směrodatná** nebo **standardní** a často se značí písmenkem „sigma“.

Pozn.1: pokud použijete pro měření a vyhodnocení tzv. *postupnou metodu*, musíte určit statistickou chybu podle návodu k této metodě na str. 11 skript „Fyzikální praktikum“ (ke stažení na: [http://www.kfy.zcu.cz/Pro\\_studenty/Fyzikalni\\_praktikum\\_1.html](http://www.kfy.zcu.cz/Pro_studenty/Fyzikalni_praktikum_1.html))

Pozn.2: prokládáte-li naměřenými hodnotami přímku lineární regresí, chyby koeficientů proložené přímky stanovíte podle vztahů na str. 18 skript.

- 2) Určíme *přístrojovou* chybu dle použitého přístroje:

- a) přístroj bez informací od výrobce:

$$\delta U_{\text{přístroj}} = 0,3 \cdot \text{nejmenší dílek na stupnici (displeji)}$$

- b) přístroj s udanou třídou přesnosti  $T_p$  [%]:

$$\delta U_{\text{přístroj}} = 0,6 \cdot \frac{T_p}{100} \cdot \text{Rozsah}$$

- c) použijeme předpis pro stanovení chyby uvedený výrobcem  
 d) ruční stopky pro měření času:

$$\delta U_{\text{přístroj}} = 0,2 \text{ sec} \quad (\text{reakční doba obsluhy})$$

- 3) Sloučíme statistickou a přístrojovou chybu podle vztahu:

$$\delta U = \sqrt{(\sigma_U)^2 + (\delta U_{\text{přístroj}})^2}$$

- B) Stanovení chyby **nepřímo** měřené veličiny

Nepřímo měřená veličina je veličina **počítaná** (podle nějakého vzorečku) z jiných veličin. Je tedy jejich funkcí. Její chybu musíme stanovit z chyb těchto veličin.

Je-li veličina  $Y$  dána funkcí

$$Y = F(A, B, C, \dots),$$

pak chybu  $\delta Y$  veličiny  $Y$  spočteme jako:

$$\delta Y = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial A} \cdot \delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial B} \cdot \delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial C} \cdot \delta C\right)^2 + \dots},$$

kde  $\delta A$ ,  $\delta B$ ,  $\delta C$ , ... jsou absolutní směrodatné chyby veličin  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ... .

### Speciální případy funkce $F$ :

- 1) Součet nebo rozdíl veličin:  $Y = A \pm B \pm C \pm \dots$

$$\delta Y = \sqrt{(\delta A)^2 + (\delta B)^2 + (\delta C)^2 + \dots}$$

Pozor! – výsledná chyba i chyby vstupních veličin jsou chyby **absolutní**.

- 2) Součin nebo podíl veličin:  $Y = A^k \cdot B^l \cdot C^m \dots$ ,

kde  $k$ ,  $l$ ,  $m$ , ... jsou mocniny veličin (veličina v čitateli je má kladné, veličina ve

jmenovateli záporné – např. výraz  $\frac{A \cdot B}{C \cdot D^2} = A^1 \cdot B^1 \cdot C^{-1} \cdot D^{-2}$  )

$$\xi Y = \sqrt{(k \cdot \xi A)^2 + (l \cdot \xi B)^2 + (m \cdot \xi C)^2 + \dots}$$

Pozor! – zde výsledná chyba i chyby vstupních veličin jsou chyby **relativní**. Pokud potřebujete do dalších výpočtů nebo do závěru chybu **absolutní**, je třeba chybu  $\xi Y$  převést na absolutní podle převodního vztahu:

$$\delta Y = Y \cdot \xi Y$$

**Chyba (přímého či nepřímého) měření stanovená výše uvedeným postupem má splněnu podmínku 70% pravděpodobnosti, nazývá se proto *směrodatná*.**

### Konečný tvar výsledku měření

Výslednou hodnotu měřené veličiny píšeme ve tvaru :

**MĚŘENÁ VELIČINA = VÝSLEDNÁ HODNOTA  $\pm$  SMĚRODATNÁ CHYBA**

SMĚRODATNÁ CHYBA je určena značně nepřesně (s přesností horší než 10 % – viz teorie), a proto ji zaokrouhlujeme na **jednu platnou cifru**. Pouze v případě, že první cifrou je číslice 1, zaokrouhlujeme na dvě platné cifry. Počet platných cifer v čísle zjistíme tak, že spočítáme všechny číslice **kromě nul vlevo** od první nenulové cifry. Nuly uprostřed a na konci čísla se počítají za platné! Nezáleží přitom na poloze desetinné čárky. Např. číslo 0,0170 má tři platné cifry, zrovna tak jako číslo 1,70 nebo 17,0. Nula na konci čísla je platná. Vynechání této nuly sníží přesnost čísla desetkrát. Číslo 17 000 má platných cifer pět a chceme-li jej uvést pouze na dvě platné cifry, musíme jej zapsat ve tvaru  $1,7 \times 10^4$ .

VÝSLEDNOU HODNOTU **zaokrouhlujeme na tolik míst, kolik jich má již správně zaokrouhlená chyba**. Chyba tak koriguje poslední (popř. dvě poslední) cifry výsledku. Např. je-li chyba zaokrouhlena na jednotky, musí být výsledek též zaokrouhlen na jednotky. Je-li chyba na setiny, musí být výsledek na setiny atd.

Máme-li navíc chybu ve tvaru  $Y \times 10^X$ , musíme při konečném zápisu použít **stejného tvaru** pro výslednou hodnotu a spolu s chybou je dát do závorky: např. číslo  $23\,442 \pm 689$  zokrouhlíme a zapíšeme jako  $(234 \pm 7) \times 10^2$ .

Příklady zápisu:

**Správně:**

$0,80 \pm 0,13$

$21,50 \pm 0,02$

$0,6 \pm 0,3$

$0,23 \pm 0,06$

$347 \pm 9$

$(3,0 \pm 0,2) \cdot 10^5 \text{ km/s}$

**Nesprávně:**

$0,8 \pm 0,1$

chyba začíná číslicí „jedna“, musí být tedy uvedena na 2 platné cifry (výjimka)

$21,5 \pm 0,02$

chyba OK, ale u výsledku chybí setiny

$0,56 \pm 0,3$

chyba OK, ale u výsledku přebývají setiny

$0,2341 \pm 0,0567$

zde je chyba uvedena na 3 platné cifry (má být na 1)

$347,1 \pm 9$

chyba OK, ale u výsledku přebývají desetiny

$300\,000 \pm 20000 \text{ km/s}$

zde je chyba uvedena na 5 platných cifer (má být na 1)