

# STANOVENÍ RYCHLOSTI ZVUKU

## Měřicí potřeby

- 1) nízkofrekvenční generátor AO-3001C
- 2) osciloskop OS-5020
- 3) trubice s mikrofonom a reproduktorem
- 4) teploměr
- 5) zesilovač se zdrojem

## Obecná část

Rychlost šíření zvukových vln v plynech (a kapalinách) je dána vztahem  $v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ ,

kde  $\rho$  je hustota plynu a  $K = -V \frac{dp}{dV}$  je modul objemové pružnosti. Stlačování a rozpínání plynu při průchodu akustické vlny probíhá rychle, takže můžeme předpokládat, že šíření zvuku je děj adiabatický ( $pV^\kappa = konst$ ). Spojením uvedených vztahů a stavové rovnice ideálního plynu dostaneme pro rychlost zvuku:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \sqrt{\frac{\kappa R \cdot 273,15}{M} \left(1 + \frac{t}{273,15}\right)} = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273,15}} \quad (1)$$

Ve vztahu (1)  $\kappa$  je Poissonova konstanta,  $p$  je tlak,  $R$  univerzální plynová konstanta,  $M$  molární hmotnost,  $T$  absolutní teplota a  $t$  teplota ve stupních Celsia. Po dosazení číselných hodnot například pro vzduch ( $\kappa = 1,4$  a  $M = 28,97$  kg/kmol) dostaneme pro teplotu  $0^\circ\text{C}$  rychlost zvuku ve vzduchu  $v_0 = 331,5$  m/s.

Pro měření rychlosti zvuku se většinou používají různé nepřímé metody, kdy se měří vlnová délka  $\lambda$  a frekvence  $f$  a rychlost se určí podle známého vztahu:

$$v = \lambda \cdot f \quad (2)$$

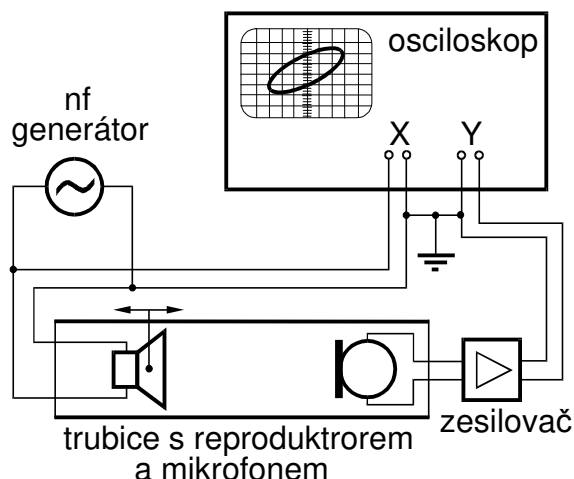
Některé tyto metody jsou popsány např. v knize Základy fyzikálních měření I, J. Brož, SPN 1983. Námí použitá metoda je založena na zjišťování polohy bodů, ve kterých má vlna stejnou (např.  $0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$ ), případně opačnou (např.  $1\pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$ ) fázi ve srovnání s pevným (referenčním) bodem. Vlnová délka je pak jednoduše dána vzdáleností těchto bodů.

## Metoda měření

Zařízení pro měření vlnové délky je na obrázku 1. Napětí s harmonickým (sinusovým) průběhem o známé frekvenci  $f$  je přiváděno z nízkofrekvenčního generátoru do reproduktoru a zároveň na vstup signálu X osciloskopu (vodorovná osa). Z reproduktoru se šíří zvuková vlna se stejnou frekvencí  $f$  a po uražení určité dráhy je mikrofonom převedena na napětí, které je po zesílení přivedeno na vstup signálu Y (svislá osa). Na obrazovce osciloskopu složením těchto dvou signálů se stejnou frekvencí vzniká nejjednodušší Lissajousův obrazec – elipsa. Snadno to lze ukázat i matematicky. Popíšeme-li první napětí rovnicí  $x = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$  a druhé  $y = B \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi)$ , pak vyloučením času  $t$  z obou rovnic dostáváme rovnici elipsy ve středové poloze:

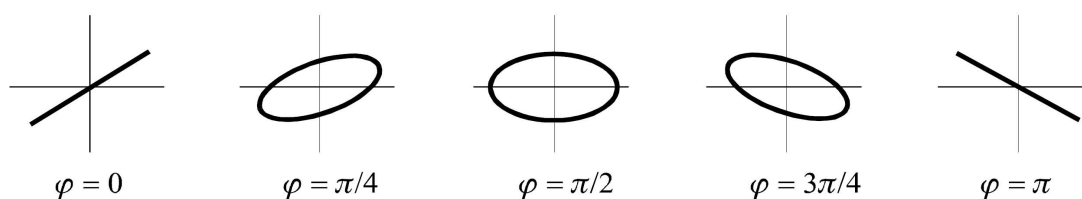
$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - 2\frac{xy}{AB}\cos\varphi = \sin^2\varphi.$$

Změnou vzdálenosti reproduktoru od mikrofonu měníme dobu, kterou potřebuje zvuková vlna k překonání vzdálenosti reproduktor – mikrofon, což se projeví na vzájemném fázovém posunu  $\varphi$  obou napětí, a tedy i tvaru elipsy. Na obrázku 2 jsou znázorněny různé případy fázového posunu. Pro naši metodu jsou důležité oba krajní případy  $\varphi = 0$  (a dále  $2n\pi$ ), kde  $n = 1, 2, 3, \dots$ , a  $\varphi = \pi$  (a dále  $(2n+1)\pi$ ), kdy signály jsou buď ve fázi, nebo v protifázi a elipsa přechází v úsečku. Vzdálenost poloh reproduktoru, které odpovídají těmto dvěma případům, je rovna vždy polovině vlnové délky.



Obr. 1 Schema měření rychlosti zvuku

Vzdálenost poloh reproduktoru, které odpovídají těmto dvěma případům, je rovna vždy polovině vlnové délky.

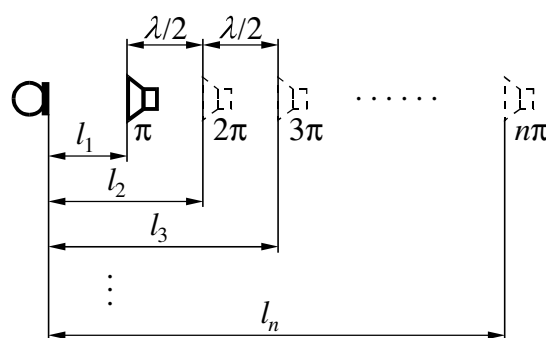


Obr. 2 Tvar elipsy pro různý fázový posun  $\varphi$

### Měření

Nastavte na tónovém generátoru požadovanou frekvenci (popis ovládání generátoru a osciloskopu je přiložen u úlohy). Přesuňte reproduktor do výchozí polohy těsně k mikrofonu. Při měření „po  $\lambda/2$ “ hledejte posouváním reproduktoru takovou jeho polohu, při které se na obrazovce osciloskopu objeví úsečka (např. procházející 1. a 3. kvadrantem). Tuto polohu odečtete na milimetrové stupnici přilepené zezadu na trubici a zaznamenejte. Posouvejte reproduktor dále a zapisujte další souřadnice pro polohy, kdy se objeví úsečka procházející 2. a 4. nebo 1. a 3. kvadrantem (viz obr. 3). Takto postupujte až do konce trubice.

Při měření „po celé vlnové délce  $\lambda$ “ je postup stejný s tím rozdílem, že zapisujete pouze polohy, kdy úsečka prochází kvadranty **jen jedním způsobem** (např. jen 1. a 3. kvadrantem).



Obr. 3

Naměřené hodnoty zaznamenejte do tabulky, ve které budou hodnoty  $l$  pro dané frekvence vyneseny v závislosti na fázovém posunu  $\Delta\varphi$  od prvního měřeného bodu a také v závislosti na počtu celých fází  $p = \Delta\varphi/2\pi$ .

Pokud určíte koeficienty lineární regrese závislosti  $l$  na  $p$ , lineární koeficient bude odpovídat hodnotě vlnové délky pro danou frekvenci. Číslo  $p$  vyjadřuje zároveň o kolik celých fází je zvuk z reproduktoru zpožděn u mikrofonu, tak i to, o kolik vlnových délek se reproduktor posunul.

Tabulka 1

$\Delta\varphi$ [rad]	$p$	$l^{800\text{Hz}}$ [cm]	...	$l^{2000\text{Hz}}$ [cm]
0	0,0	4,0	...	3,8
$\pi$	0,5	20,2		–
$2\pi$	1,0	40,3		18,9
$3\pi$	1,5	48,6		–
...	...	...		...

### Pracovní úkol

- 1) Proveďte měření pro frekvence 800, 1000, 1400, 1800, 2000, 3000 a 4000 Hz. Pro frekvence do 1800Hz včetně proveďte měření „po  $\lambda/2$ “, pro frekvence nad 1800 Hz měřte „po celé  $\lambda$ “. Hodnoty vyplňte do Tabulky 1, u frekvencí vyšších než 1800 Hz vyplňujete pouze liché řádky.
- 2) Pro každou frekvenci určete lineární koeficient (směrnici) přímkové regrese závislosti  $l$  na  $p$  (viz str. 18 skript, nebo použijte váš oblíbený software). Směrnice zde odpovídá vlnové délce  $\lambda$ . Pak určete rychlosti zvuku pro všechny frekvence:

Tabulka 2

$f$ [Hz]	$\lambda$ [cm]	$v$ [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

- 3) Pro jednu vybranou frekvenci sestrojte graf závislosti  $l$  na  $p$ , v grafu zobrazte přímkou lineární regrese a její rovnici.
- 4) Pro tutéž frekvenci určete statistickou chybu směrnice (vzorec na str.18 skript dole, nebo použijte vhodnou funkci vašeho softwaru). Tato chyba zde odpovídá chybě vlnové délky  $\sigma_\lambda$ .
- 5) Pro tutéž frekvenci odvoďte a vypočtete chybu rychlosti zvuku  $\sigma_v$ . Rychlost je zde nepřímě měřená veličina, takže je potřeba užít větu o přenosu chyby (str. 17 a 18 skript). Jako chybu frekvence generátoru vezměte hodnotu odpovídající poslednímu místu displeje generátoru (dána použitým rozsahem, je třeba ji zjistit ještě při měření).
- 6) Ze získaných rychlostí zvuku v tabulce 2 spočtete aritmetický průměr a jeho směrodatnou chybu.
- 7) Změřte teplotu v místnosti. Rychlost zvuku vypočtenou podle vztahu (1) porovnejte s výslednou rychlostí zjištěnou v bodu 6). Diskutujte.