

# 11. STUDIUM JEVŮ GEOMETRICKÉ A VLNOVÉ OPTIKY POMOCÍ CENTIMETROVÝCH VLN

## Měřicí potřeby:

- 1) Gunnova dioda s vysílací trychtýřovou anténou
- 2) napájecí zdroj pro Gunnovu diodu
- 3) přijímací anténa
- 4) polovodičová dioda jako detektor
- 5) voltmetr
- 6) příslušenství pro měření odrazu, lomu, interference atd.

## Obecná část:

Zákon **odrazu** a zákon **lomu** (Snellův) patří k základním zákonům geometrické (paprskové) optiky. Oba lze odvodit z Fermatova principu: *Světlo se šíří z jednoho bodu prostoru do druhého po takové dráze, aby doba potřebná k jejímu proběhnutí byla extrémní – buď kratší nebo delší než u jakékoli sousední dráhy.*

Dopadá-li paprsek na rozhraní dvou prostředí, dělí se na paprsek odražený a paprsek lomený (prošlý). Mezi úhlem dopadu  $\alpha$  a úhlem odrazu  $\alpha'$  resp. úhlem lomu  $\beta$  platí vztahy:

$$\alpha = \alpha' \quad (\text{zákon odrazu}), \quad (1)$$

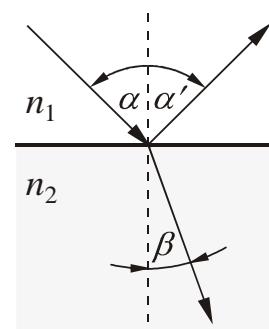
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} \quad (\text{zákon lomu}), \quad (2)$$

kde  $n_i$  je index lomu prostředí definovaný jako poměr rychlosti šíření světla ve vakuu a rychlosti šíření v daném prostředí  $c_i$ . (Často je jedním prostředím vzduch, pro který  $n \doteq 1$ )

Některé optické jevy nelze vysvětlit v rámci geometrické optiky, která je založena na nezávislosti paprsků. Mezi nejznámější patří **ohyb** a **interference**. K jejich vysvětlení je potřeba obecnější, vlnové teorie, kterou zavedl Ch. Huygens v roce 1678. Světlo se šíří ve formě vln, které se ve vakuu pohybují konstantní rychlostí  $c_0 \doteq 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a které jsou matematicky popsány reálnou funkcí  $u(r,t)$  nazývanou vlnová funkce. Velmi často se pro popis používá harmonická rovinná vlna. V jednorozměrném případě (např. šíření vln podél osy  $x$ ) ji lze zapsat jako  $u(x,t) = A \cdot \cos(2\pi\nu(t \pm x/c) + \varphi)$ , kde  $A$  je amplituda vlny,  $\nu$  je frekvence,  $c$  je rychlost šíření vln a  $\varphi$  je počáteční fáze. Vlnová délka takovéto vlny je pak

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = cT, \quad \text{kde } T \text{ je perioda.}$$

Skládáním dvou či více vln pak může dojít k výše uvedeným jevům, kdy intenzita světla není součtem intenzit jednotlivých vln, ale závisí na rozdílu fází jednotlivých vln a vykazuje typické střídání maxim a minim. Aby byly tyto jevy

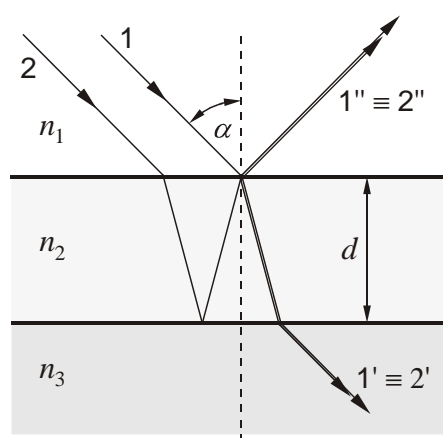


Obr. 1 Odraz a lom pro případ  $n_2 > n_1$

pozorovatelné (tj. časově stálé), je třeba aby tento vzájemný fázový posun byl konstantní. Takové vlny označujeme jako **koherentní**.

Podmínka koherence je jednoduše splněna při skládání vln, které pocházejí z jednoho zdroje. Uvedme zde dva typické případy, které využívají odrazu vln:

1) Při dopadu vlnění na odraznou plochu vzniká vlnění odražené, které se skládá s vlněním dopadajícím za vzniku **stojatého vlnění**. To je charakterizováno existencí kmiten a uzlů, tedy míst, která kmitají s maximální resp. minimální amplitudou. Vzdálenost dvou sousedních kmiten (či uzlů) je rovna polovině vlnové délky.



Obr. 2 Interference na tenké vrstvě

2) Dopadá-li postupné vlnění o vlnové délce  $\lambda$  na tenkou vrstvu vhodného prostředí o tloušťce  $d$ , částečně se odráží a částečně prochází tenkou vrstvou (obr. 2). Intenzita odraženého vlnění je určena optickým dráhovým rozdílem  $\delta$  paprsků  $1''$  a  $2''$ :

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} \quad (3)$$

a poměry indexů lomu jednotlivých prostředí. Dopadá-li na tenkou vrstvu bílé světlo, jsou podmínky pro maxima resp. minima splněny pouze pro určité vlnové délky (barvy). (Takto vznikají např. barvy olejových skvrn na vodě, barvy na mýdlových bublinách atp.)

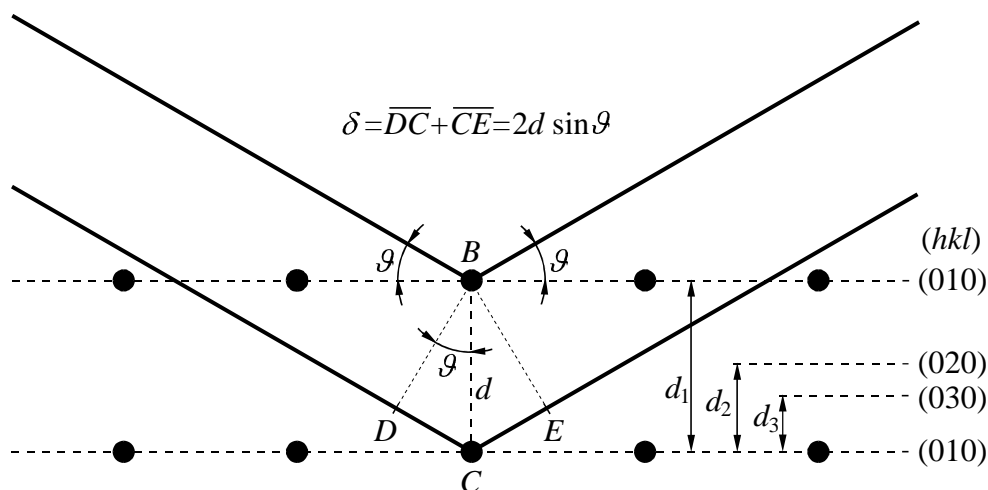
Všechny až dosud uvedené jevy jsou obvykle pozorovány při použití viditelného světla. To je ovšem úzký obor elektromagnetického vlnění o vlnových délkách přibližně od 400 nm do 760 nm. Přejdeme-li k Röntgenovu (RTG) záření, tedy k mnohem kratším vlnovým délkám (řádově angströmy,  $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ), lze studovat jevy difrakce na krystalech pevných látek.

V krystalické mřížce jsou atomy pravidelně rozmístěny v rovnoběžných rovinách. Soustavu takovýchto rovin charakterizujeme mezirovinnou vzdáleností  $d$  a nazýváme ji osnovou atomových rovin. Dopadá-li záření o vlnové délce  $\lambda$  na krystal, pozorujeme maximum intenzity ve směrech, které jsou dány Braggovou rovnicí,

$$2d \sin \vartheta = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots \text{ celé}). \quad (4)$$

Úhel  $\vartheta$  se nazývá *Braggův úhel* (jeho dvojnásobek *difrakční úhel*) a na rozdíl od optiky, kde se úhly měří od normály roviny rozhraní, udává odklon paprsků od roviny atomů (viz obr. 3). Protože situace je analogická odrazu na rovinném rozhraní, mluví se často (ne úplně správně) o „reflexi na atomových rovinách“ nebo „Braggově reflexi“, i když fyzikálně se jedná o difrakční (ohybový) jev.

Jednotlivé zesílené paprsky se nazývají maxima nebo reflexe. Číslo  $n$  se nazývá řád maxima (reflexe).



Obr. 3 K odvození Braggovy rovnice

Při proměření skutečných krystalových mřížek pomocí RTG záření neznáme obvykle čísla  $n$ , patřící k naměřeným úhlům  $\vartheta$ . Proto se při dalších výpočtech pokládají rovna jedné ( $n = 1$ ) a představujeme si, že v krystalu jsou přítomny další „fiktivní“ roviny s poloviční, třetinovou, čtvrtinovou, atd. mezirovinnou vzdáleností, než je vzdálenost základní ( $d_1$  na obr. 1). Polohy jednotlivých reflexních rovin se popisují tzv. Millerovými indexy ( $hkl$ ) (viz další úloha: Debyeova-Scherrerova metoda určení jemné struktury materiálu, obr. 1 a 3). Položíme-li tedy v Braggově rovnici trvale  $n = 1$ , obdržíme z ní při dosazení maxima druhého řádu poloviční mezirovinnou vzdálenost, jako kdyby reflexi způsobila rovina (200) namísto roviny (100). Podobně z úhlu naměřeného u maxima třetího řádu vyjde (při  $n = 1$ ) mezirovinná vzdálenost  $d_3 = d_1/3$  odpovídající odrazu na rovině (300).

Krystalky ve zkoumaném polykrystalickém materiálu jsou navíc různě prostorově orientovány a tak odrazy mohou nastat na různých reflexních rovinách s různými mezirovinnými vzdálenostmi  $d_i$ .

Studium a proměření intenzity odraženého RTG záření je mocným nástrojem strukturní analýzy krystalických látek.

### Měření

Všechny jevy geometrické a vlnové optiky popsané v obecné části budeme studovat pomocí centimetrových elektromagnetických vln. Znamená to pochopitelně, že použité vlnové délce musí svými rozměry odpovídat útvary, na kterých k těmto jevům dochází. Tenká vrstva v případě interference i mřížková konstanta v případě difrakce musí mít tedy řádově centimetrové rozměry. Jako zdroj centimetrových vln se používá polovodičový oscilátor s Gunnovou diodou o výstupním výkonu asi 50 mW. Tento oscilátor je plynule mechanicky přeladitelný v rozsahu 9,70 ÷ 10,85 GHz (vlnové pásmo 3 cm). Vhodná frekvence je již nastavena, proto ladicím šroubem neotáčejte! Napájení oscilátoru zajišťuje stejnosměrný zdroj o napětí 10 V, připojený přes konektor typu BNC. Oscilátor se

uvede do chodu zapnutím zdroje (indikováno LED diodou). Konektory u vysílací antény nerozpojujte.

Jako detektor použijeme mikrovlnou křemíkovou diodu 33 NQ 52. Jedna dioda je umístěna v trychtýřové přijímací anténě, druhá je připevněna na posuvném stojánku. Přijaté kmity dioda usměrní a jsou indikovány voltmetrem.

Měření provedeme v následujícím pořadí:

### **A. Měření vlnové délky pomocí stojatého vlnění**

Plnou kovovou desku zasuneme do otvorů na **pravém okraji** základní desky. Táhla, jež spojují tyče nesoucí trychtýřové antény, odpojíme. Tyč vysílací antény nastavíme ke značce  $0^\circ$  a tyč s přijímací anténou odkloníme, aby nepřekážela. Odrazem vlnění od kovové desky pod úhlem dopadu  $0^\circ$  (t.j. plocha desky je kolmá ke směru šíření vlnění) se vytvoří v prostoru mezi deskou a vysílací anténou stojaté vlny. Jako indikátor použijeme křemíkovou diodu na posuvném stojánku; její vývody připojíme k voltmetru. Pomalým posouváním stojánku s diodou hledáme polohy **minim** intenzity elektrického pole. Polohy odečítáme na měřítku, které je připevněno na základní desce. Neměříme v těsné blízkosti odrazné desky. Naměřené polohy zaznamenáme do tabulky a **postupnou metodou** (vysvětlena v kapitole „Měřicí metody“ na str. 10) vyhodnotíme vlnovou délku  $\lambda$  včetně chyby.

### **B. Zákon odrazu**

Pro odraz vln použijeme opět kovovou desku, kterou přemístíme do otvorů ve středu úhломěrné stupnice. Trychtýřovou přijímací anténu připojíme k voltmetru a tyčí vysílací antény nastavíme jeden pevný úhel dopadu vlnění  $\alpha$  (z intervalu  $30^\circ$  až  $50^\circ$ ). Pak měříme závislost napětí  $U$  [mV] z přijímací antény na úhlu odrazu  $\alpha'$  v rozmezí  $20^\circ \div 70^\circ$  s krokem maximálně  $5^\circ$ . Úhel měříme od kolmice. Naměřenou závislost graficky zpracujeme.

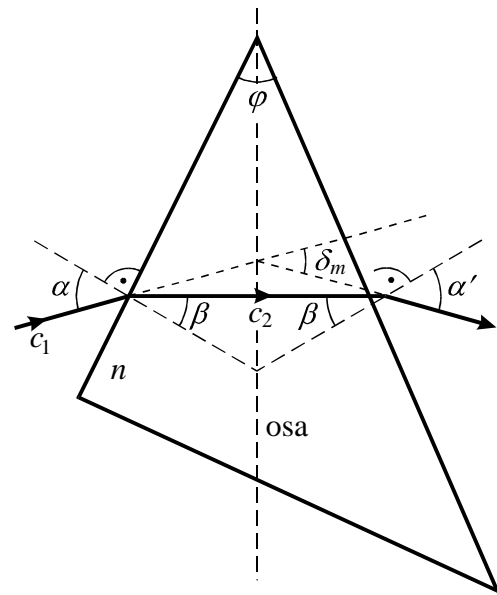
### **C. Zákon lomu**

Pro Snellův zákon lomu použijeme trojbokého hranolu. Rovinné stěny hranolu, na nichž nastává lom, se nazývají lámavé stěny a úhel  $\varphi$ , který svírají, se nazývá lámavý úhel. Na obrázku 4 je řez takovýmto hranolem.

Nejprve stanovíme velikost lámavého úhlu. Tento úhel je vyznačen ryskami na plexisklovém stojánku (vrchol úhlu je v otvoru). Postavíme tedy stojánek bez hranolu tak, aby jedno z ramen úhlu směřovalo k rysce  $0^\circ$  úhломěrné stupnice a odečteme úhel. Pro další měření pak usadíme hranol pomocí stojánku do středu úhломěrné stupnice tak, aby osa lámavého úhlu  $\varphi$  hranolu směřovala k rysce  $90^\circ$  na úhломěru. Paprsek, který se láme na obou lámavých stěnách, je po výstupu z hranolu odchýlen od původního směru o úhel  $\delta$ . Úhel  $\delta$  je nejmenší (pak se nazývá minimální deviace  $\delta_m$ ), prochází-li paprsek hranolem souměrně k oběma lámavým stěnám ( $\alpha = \alpha'$ ). Index lomu hranolu je pak dán vztahem:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varphi + \delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad (5)$$

Pro určení minimální deviace spřáhneme obě tyče nesoucí antény dvěma pomocnými táhly s posuvným jezdcem na střední vodící tyči. Pak za souměrného rozevírání obou tyčí hledáme polohu maximálního příjmu signálu. Pomocí úhloměru stanovíme deviaci  $\delta_m$  pro vzorec (5). Po stanovení indexu lomu  $n$  stanovíme pomocí vztahu (2) rychlost  $c_2$  šíření elektromagnetických vln v materiálu, ze kterého je hranol vyroben. Jako rychlost šíření elektromagnetických vln ve vzduchu vezmeme  $c_1 \cong 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ .



Obr. 4 Lom hranolem

#### D. Interference na tenké vrstvě

Jev proměříme pomocí dvou destiček z plexiskla. Tenkou vrstvou bude vzduch mezi oběma destičkami ( $n \cong 1$ ). Podmínkou maxima odraženého vlnění je potom

$$2d\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = k\lambda, \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

kde  $d$  je vzdálenost destiček,  $\lambda$  je vlnová délka a  $\alpha$  je úhel dopadu.

Jednu destičku umístíme do středu úhloměrné stupnice a druhou rovnoběžně za ní do pohyblivého držáku. Použijeme opět trychtýřovou přijímací anténu. Tyče jsou stále spřáhány táhly. Úhly dopadu a odrazu nastavíme asi na  $30^\circ$  (měřeno od kolmice). Postupným posouváním druhé destičky hledáme takovou její polohu, při níž v odraženém vlnění nastává maximum. Nalezneme-li alespoň dvě takové sousední polohy  $x_1 < x_2$ , pak dvojitým použitím vztahu (6) dostaneme:

$$2(x_2 - x_1)\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \lambda, \quad (7)$$

neboť v sousedních polohách se čísla  $k$  liší o jedničku. Vztah (7) nám umožňuje vypočítat vlnovou délku  $\lambda$ . Měření provedeme pokud možno pro několik sousedních poloh. Pokud nelze získat alespoň dvě polohy, zmenšíme úhel dopadu. Výsledek porovnáme s měřením podle bodu A.

#### E. Model krystalové mřížky

Model krystalové mřížky je tvořen soustavou rovnoběžných drátů (dvojměrný model). Dráty jsou zasazeny svisle v rozích čtverce o straně  $a$  a představují jednu buňku krystalové mřížky o mřížkové konstantě  $a$ .

Model umístíme do středu úhloměrné stupnice tak, aby spojnice nulových bodů této stupnice byla rovnoběžná s jednou dvojicí stran čtverce (model v základní poloze). Tyče jsou stále spřáhány táhly. Vysílací a přijímací anténu nastavíme do polohy asi  $12^\circ$ . Při tomto a menších úhlech přijímá anténa vlny

přímo z vysílače. Úhly postupně zvětšujeme tak, že pohybujeme velmi pomalu oběma táhly současně a hledáme maxima příjmu po odrazu od drátů a interferenčním zesílení. Ke každé hodnotě přísluší podle Braggovy rovnice (4) celé číslo  $n$  (viz tabulka 1). Pro sousední polohy se čísla  $n$  liší o jednotku.

Pootočíme-li model o  $45^\circ$ , můžeme proměřovat odrazy na reflexních rovinách (110), (220) atd. (viz obr. 5).

Z Braggovy rovnice pro  $n = 1$  pak získáme různé mezirovinné vzdálenosti  $d_i$ . K nim určíme příslušné Millerovy indexy  $(hkl)$ . U našeho modelu stanovíme indexy přímo ze znalosti jeho uspořádání. V praxi by se použilo systému Hulloových-Daveyových křivek, neboť u skutečného krystalu je možných rovin velmi mnoho. Mřížkovou konstantu u kubické mřížky obdržíme ze vztahu:

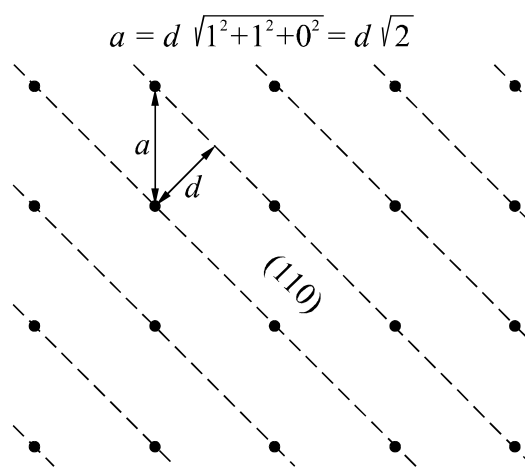
$$a = d_i \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} . \quad (8)$$

### Pracovní úkol

- 1) Proved'te a vyhodno'tte měření podle bodů A až E.
- 2) Porovnejte vlnové délky zjištěné při měření A a D a rozhodněte, které měření je přesnější a proč.
- 3) Mřížkové konstanty získané ze vztahu (8) porovnejte se skutečnou hodnotou (změřenou mm měřítkem).

Tabulka 1

Model v základní poloze, $\lambda = \dots\dots\dots$ cm					
$n$	$\vartheta$	$\sin \vartheta$	$d_i$ (pro $n = 1$ )	$(hkl)$	$a$ [cm]
1				100	
2				200	
3				300	
Model pootočen o $45^\circ$					
$n$	$\vartheta$	$\sin \vartheta$	$d_i$ (pro $n = 1$ )	$(hkl)$	$a$ [cm]
1				110	
2				220	



Obr. 5 Systém rovin (110) kubické mřížky