

2. MĚŘENÍ TÍHOVÉHO ZRYCHLENÍ REVERZNÍM KYVADLEM

Měřicí potřeby

- 1) reverzní kyvadlo
- 2) automatický čítač kmitů

Obecná část

V gravitačním poli Země vykonává každé volně puštěné těleso pohyb rovnoměrně zrychlený. Zrychlení tohoto pohybu nazýváme *tíhové zrychlení*. Tíhové zrychlení je jedna z důležitých konstant, pomocí kterých lze stanovit hmotnost Země a které mají důležité aplikace při letech do vesmíru. Na jeho velikosti se podílejí gravitační působení Země a odstředivá síla vznikající při zemské rotaci. Velikost tíhového zrychlení závisí na zeměpisné šířce φ a nadmořské výšce h podle Cassiniova vzorce jako:

$$g = g_0 \left(1 + 5,278895 \cdot 10^{-3} \cdot \sin^2 \varphi + 2,3462 \cdot 10^{-5} \cdot \sin^4 \varphi \right) - 3,148 \cdot 10^{-7} \cdot h \text{ [ms}^{-2}\text{]},$$

kde $g_0 = 9,7803185 \text{ ms}^{-2}$ je hodnota gravitačního zrychlení na rovníku.

Tíhové zrychlení lze měřit pomocí reverzního kyvadla. Reverzní kyvadlo je *fyzické kyvadlo*, tj. hmotné těleso, jež je otočné kolem osy neprocházející těžištěm. Reverzní kyvadlo má dvě takové osy, jejichž vzájemná vzdálenost je l_0 . Těžiště reverzního kyvadla leží mezi těmito osami (ne však ve středu). Na jedné straně kyvadla je umístěno posuvné závaží. Umístíme-li závaží tak, aby doba kmitu kolem obou os byla stejná, potom l_0 je tzv. *redukovaná délka fyzického kyvadla*. Redukovaná délka fyzického kyvadla je délka *matematického kyvadla*, které má dobu kmitu stejnou jako dané kyvadlo fyzické. Potom lze ze vzorce pro dobu kmitu T matematického kyvadla

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}} \quad (1)$$

vypočítat tíhové zrychlení jako

$$g = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 l_0, \quad (2)$$

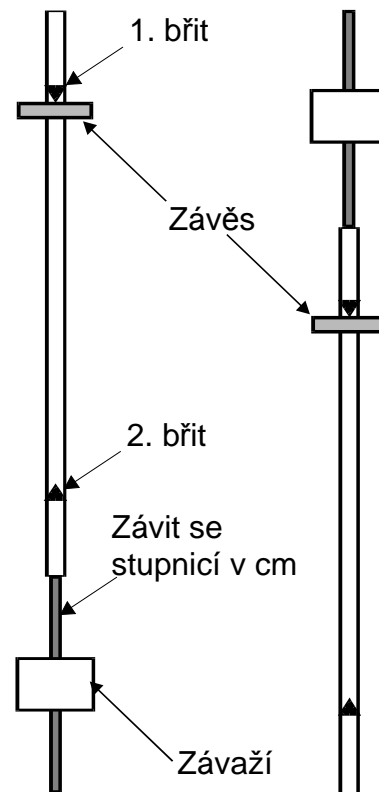
pokud za délku kyvadla dosadíme právě redukovanou délku fyzického kyvadla. Vzorec platí dostatečně přesně, pokud rozkyv kyvadla nepřekročí výchylku 5° .

Měření

Abychom mohli určit tíhové zrychlení g z rovnice (2), potřebujeme nastavit závaží do takové polohy d_m , aby se vzdálenost mezi bříty l_0 stala redukovanou délkou. V tomto případě je doba kmitu kyvadla T_m kolem obou os otáčení stejná (viz obr. 1). Prakticky to znamená najít průsečík závislostí doby kmitu na poloze závaží pro oba způsoby zavěšení kyvadla (obr. 2).

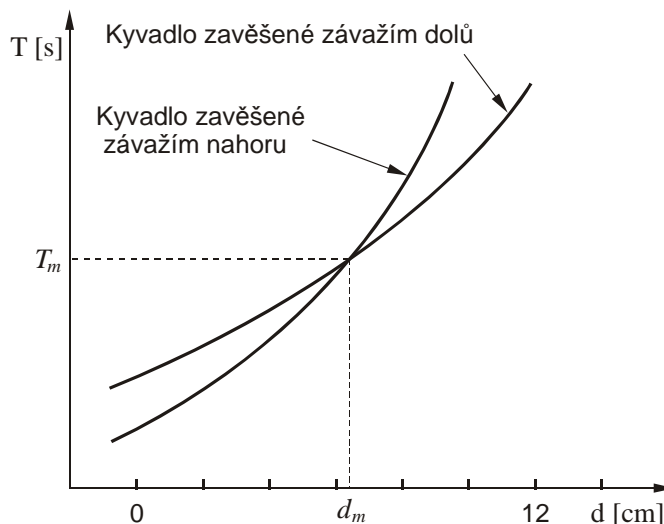
Pro měření doby kmitu se používá automatický čítač kmitů. Čítač snímá průchod kyvadla nulovou polohou a zobrazuje dobu trvání deseti, dvaceti, atd. kmitů v sekundách. Prvních pět kmitů se neregistruje, aby se mohly utlumit případné příčné kmity kyvadla. Při měření se kyvadlo vychýlí na rysku 1° , čítač vyresetuje a kyvadlo pustí.

Je třeba dbát na to, aby se kyvadlo netřelo o strany závěsu. Kývání by se rychle tlumilo. Při změně polohy závaží kyvadlo nesundávejte ze závěsu a závaží nastavujte opatrně, aby se neměnila poloha břitů na závěsu. Pro nastavování závaží v poloze nahoře použijte pevnou židli nebo schůdky a dbejte opatrnosti. Nepoužívejte otáčecí židle!



Obr. 1 Způsoby zavěšení reverzního kyvadla

Závislosti doby kmitu na poloze závaží pak doma vyneseme do grafu, proložíme regresí kvadratického polynomu (neboť teoretická závislost je parabolická). To provedeme pro konfiguraci se závažím nahoře i dole a určíme průsečík křivek (obr. 2). Graficky, nebo výpočtem pomocí regresních koeficientů.



Obr. 2 Závislost doby kmitu na poloze závaží

Hodnotu doby kmitu získanou z průsečíku použijeme pro výpočet gravitačního zrychlení.

Vzdálenost obou os (břitů) kyvadla je $l_0 = 0,991 \pm 0,001$ [m]. Přístroj má nepřesnost měření času udávanou výrobcem 0,01 % z naměřené hodnoty, takže:

$$\delta T = 0,0001 \cdot T \text{ a } \xi T = 0,0001.$$

Relativní chyba výsledného tíhového zrychlení odvozená ze vztahu (2) je:

$$\xi g = \sqrt{(\xi l_0)^2 + (2 \cdot \xi T)^2} \quad (3)$$

a tedy absolutní chyba je $\delta g = g \cdot \xi g$.

Číslo π (i případné další konstanty) je třeba při výpočtu zadat s dostatečnou přesností.

Pracovní úkol

- 1) Proměřte závislost doby 100 kmitů kyvadla na poloze závaží d_m . Polohu závaží volte v rozsahu 1,5 až 12,0 cm s krokem 1,5 cm.
- 2) Závislost zpracujte graficky (doma), určete velikost tíhového zrychlení ze vztahu (2) a polohu závaží kdy je doba kmitu stejná pro oba způsoby zavěšení.
- 3) Stanovte chybu měření a výsledek zapište ve tvaru $g = \dots \pm \dots$ [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$].
- 4) Změřenou hodnotu g porovnejte s hodnotou vypočtenou z Cassiniova vztahu, kam dosadíte $\varphi = 49^\circ 45'$ a $h = 400$ m. Výpočet proveďte alespoň na pět desetinných míst (podle Cassiniova vztahu je páté desetinné místo poslední platná cifra veličiny g).
- 5) Na základě vztahu $M = gR^2/\kappa$ spočítejte hmotnost Země M . Střední poloměr Země R a gravitační konstantu κ najdete ve fyzikálních tabulkách.