

STANOVENÍ RYCHLOSTI ZVUKU

Měřicí potřeby

- 1) nízkofrekvenční generátor AO-3001C
- 2) osciloskop OS-5020
- 3) trubice s mikrofonem a reproduktorem
- 4) teploměr
- 5) zesilovač se zdrojem

Obecná část

Rychlost šíření zvukových vln v plynech (a kapalinách) je dána vztahem $v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$,

kde ρ je hustota plynu a $K = -V \frac{dp}{dV}$ je modul objemové pružnosti. Stlačování a rozpínání plynu při průchodu akustické vlny probíhá rychle, takže můžeme předpokládat, že šíření zvuku je děj adiabatický ($pV^\kappa = konst$). Spojením uvedených vztahů a stavové rovnice ideálního plynu dostaneme pro rychlost zvuku:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \sqrt{\frac{\kappa R \cdot 273,15}{M} \left(1 + \frac{t}{273,15}\right)} = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273,15}} \quad (1)$$

Ve vztahu (1) κ je Poissonova konstanta, p je tlak, R univerzální plynová konstanta, M molární hmotnost, T absolutní teplota a t teplota ve stupních Celsia. Po dosazení číselných hodnot například pro vzduch ($\kappa = 1,4$ a $M = 28,97$ kg/kmol) dostaneme pro teplotu 0°C rychlost zvuku ve vzduchu $v_0 = 331,5$ m/s.

Pro měření rychlosti zvuku se většinou používají různé nepřímé metody, kdy se měří vlnová délka λ a frekvence f a rychlost se určí podle známého vztahu:

$$v = \lambda \cdot f \quad (2)$$

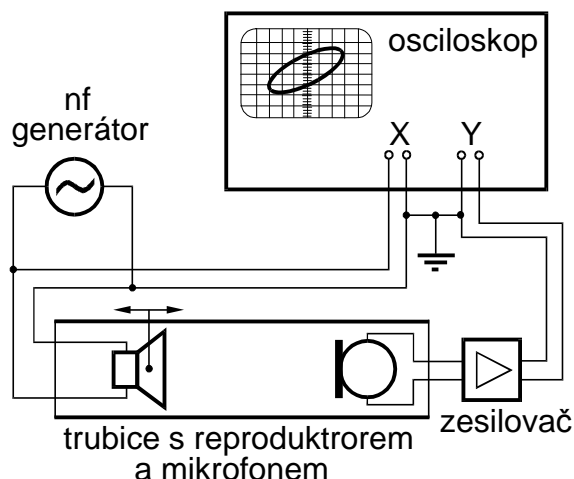
Některé tyto metody jsou popsány např. v knize Základy fyzikálních měření I, J. Brož, SPN 1983. Námí použitá metoda je založena na zjišťování polohy bodů, ve kterých má vlna stejnou (např. $0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$), případně opačnou (např. $1\pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$) fázi ve srovnání s pevným (referenčním) bodem. Vlnová délka je pak jednoduše dána vzdáleností těchto bodů.

Metoda měření

Zařízení pro měření vlnové délky je na obrázku 1. Napětí s harmonickým (sinusovým) průběhem o známé frekvenci f je přiváděno z nízkofrekvenčního generátoru do reproduktoru a zároveň na vstup signálu X osciloskopu (vodorovná osa). Z reproduktoru se šíří zvuková vlna se stejnou frekvencí f a po uražení určité dráhy je mikrofonem převedena na napětí, které je po zesílení přivedeno na vstup signálu Y (svislá osa). Na obrazovce osciloskopu složením těchto dvou signálů se stejnou frekvencí vzniká nejjednodušší Lissajousův obrazec – elipsa. Snadno to lze ukázat i matematicky. Popíšeme-li první napětí rovnicí $x = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$ a druhé $y = B \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi)$, pak vyloučením času t z obou rovnic dostáváme rovnici elipsy ve středové poloze:

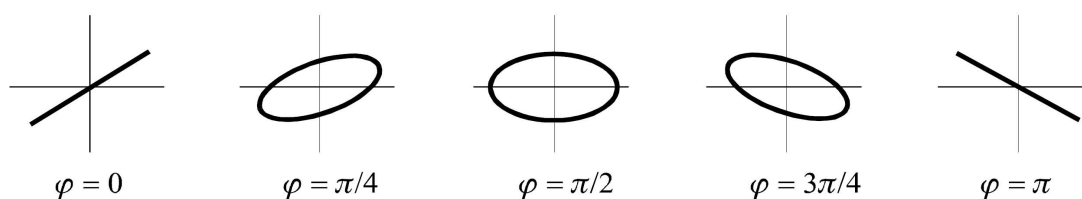
$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - 2\frac{xy}{AB}\cos\varphi = \sin^2\varphi.$$

Změnou vzdálenosti reproduktoru od mikrofonu měníme dobu, kterou potřebuje zvuková vlna k překonání vzdálenosti reproduktor – mikrofon, což se projeví na vzájemném fázovém posunu φ obou napětí, a tedy i tvaru elipsy. Na obrázku 2 jsou znázorněny různé případy fázového posunu. Pro naši metodu jsou důležité oba krajní případy $\varphi = 0$ (a dále $2n\pi$), kde $n = 1, 2, 3, \dots$, a $\varphi = \pi$ (a dále $(2n+1)\pi$), kdy signály jsou buď ve fázi, nebo v protifázi a elipsa přechází v úsečku. Vzdálenost poloh reproduktoru, které odpovídají těmto dvěma případům, je rovna vždy polovině vlnové délky.



Obr. 1 Schema měření rychlosti zvuku

Vzdálenost poloh reproduktoru, které odpovídají těmto dvěma případům, je rovna vždy polovině vlnové délky.

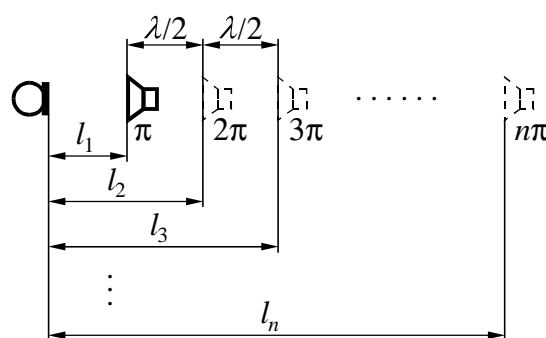


Obr. 2 Tvar elipsy pro různý fázový posun φ

Měření

Nastavte na tónovém generátoru požadovanou frekvenci (popis ovládání generátoru a osciloskopu je přiložen u úlohy). Přesuňte reproduktor do výchozí polohy těsně k mikrofonu. Při měření „po $\lambda/2$ “ hledejte posouváním reproduktoru takovou jeho polohu, při které se na obrazovce osciloskopu objeví úsečka (např. procházející 1. a 3. kvadrantem). Tuto polohu odečtete na milimetrové stupnici přilepené zezadu na trubici a zaznamenejte. Posouvejte reproduktor dále a zapisujte další souřadnice pro polohy, kdy se objeví úsečka procházející 2. a 4. nebo 1. a 3. kvadrantem (viz obr. 3). Takto postupujte až do konce trubice.

Při měření „po celé vlnové délce λ “ je postup stejný s tím rozdílem, že zapisujete pouze polohy, kdy úsečka prochází kvadranty **jen jedním způsobem** (např. jen 1. a 3. kvadrantem).



Obr. 3

Naměřené hodnoty zaznamenejte do tabulky, ve které budou hodnoty l pro dané frekvence vyneseny v závislosti na fázovém posunu $\Delta\varphi$ od prvního měřeného bodu a také v závislosti na počtu celých fází $p = \Delta\varphi/2\pi$.

Pokud určíte koeficienty lineární regrese závislosti l na p , lineární koeficient bude odpovídat hodnotě vlnové délky pro danou frekvenci. Číslo p vyjadřuje zároveň o kolik celých fází je zvuk z reproduktoru zpožděn u mikrofonu, tak i to, o kolik vlnových délek se reproduktor posunul.

Tabulka 1

$\Delta\varphi$ [rad]	p	$l^{800\text{Hz}}$ [cm]	...	$l^{2000\text{Hz}}$ [cm]
0	0,0	4,0	...	3,8
π	0,5	20,2		–
2π	1,0	40,3		18,9
3π	1,5	48,6		–
...

Pracovní úkol

- 1) Změřte vlnovou délku zvukové vlny pro frekvence 800, 1000, 1400, 1800, 2000, 3000 a 4000 Hz. Pro frekvence do 1800Hz včetně proveďte měření „po $\lambda/2$ “, pro frekvence nad 1800 Hz měřte „po celé λ “. Hodnoty vyplňte do Tabulky 1, u frekvencí vyšších než 1800 Hz vyplňujete pouze liché řádky.
- 2) Pro každou frekvenci určete pomocí vašeho oblíbeného softwaru lineární koeficient (směrnici) přímkové regrese závislosti l na p , který odpovídá vlnové délce λ . Určete hodnotu rychlosti v pro všechny frekvence.

Tabulka 2

f [Hz]	λ [cm]	v [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

- 3) Pro jednu vybranou frekvenci určete pomocí vašeho oblíbeného softwaru chybu lineárního koeficientu, která odpovídá σ_λ .
- 4) Pro tutéž frekvenci odvoďte a vypočítejte též chybu rychlosti zvuku σ_v . Rychlost je zde nepřímě měřená veličina, takže je potřeba užít větu o přenosu chyby (str. 17, 18 skript). Jako chybu frekvence generátoru vezměte hodnotu odpovídající poslednímu místu displeje generátoru (dána použitým rozsahem). Tuto chybu je třeba zjistit ještě při měření!
- 5) Sestrojte graf závislosti l na p pro vybranou frekvenci, v grafu zobrazte přímkou lineární regrese (včetně její rovnice).
- 6) Ze získaných rychlostí zvuku v v Tabulce 2 spočítejte aritmetický průměr a jeho směrodatnou chybu.
- 7) Změřte teplotu v místnosti. Rychlost zvuku vypočtenou podle vztahu (1) porovnejte s výslednou rychlostí zjištěnou v bodu 5). Diskutujte.