

# ZÁKONY SRÁŽEK

## Obecná část

Z Newtonových pohybových zákonů lze poměrně jednoduše odvodit jeden ze základních zákonů mechaniky – zákon zachování hybnosti soustavy izolovaných hmotných těles:

$$\sum_i \mathbf{p}_i = konst, \quad (1)$$

kde  $\mathbf{p}_i = m_i \mathbf{v}_i$  je hybnost  $i$ -tého tělesa soustavy. Slovo “izolovaná” znamená, že na soustavu nepůsobí žádné vnější síly. Celková hybnost soustavy se v tomto případě v čase nemění, ať už se děje uvnitř cokoli (srážky, exploze,...). Nejjednodušší případ, který se dá dobře experimentálně prověřovat, je čelní srážka dvou přímočaře se pohybujících těles (nesmí přitom dojít k jejich rotaci). V takovém případě nepotřebujeme ani vektorový popis (hybnost je vektor – vytištěn tučně!), protože pohyb se odehrává pouze podél jedné souřadné osy. Znaménko ovšem zůstává: při pohybu v kladném směru souřadné osy je hybnost (a rychlost) kladná a naopak. Pro dvě tělesa můžeme tedy psát:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \quad (2)$$

kde čárkovaně jsou označeny rychlosti těles **po** srážce,  $m_1$  a  $m_2$  jsou jejich hmotnosti.

Srážka může být pružná (tělesa se odrazí, při jejich deformaci se žádná energie nemění na teplo či jinak nevyzařuje), nebo dokonale nepružná (tělesa zůstanou k sobě “přilepena”, část mechanické energie je přeměněna na teplo). Při pružné srážce se tedy zachovává mechanická energie:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2. \quad (3)$$

Ze soustavy rovnic (2) a (3) získáme vztahy pro rychlosti po pružné srážce:

$$v'_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

$$v'_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

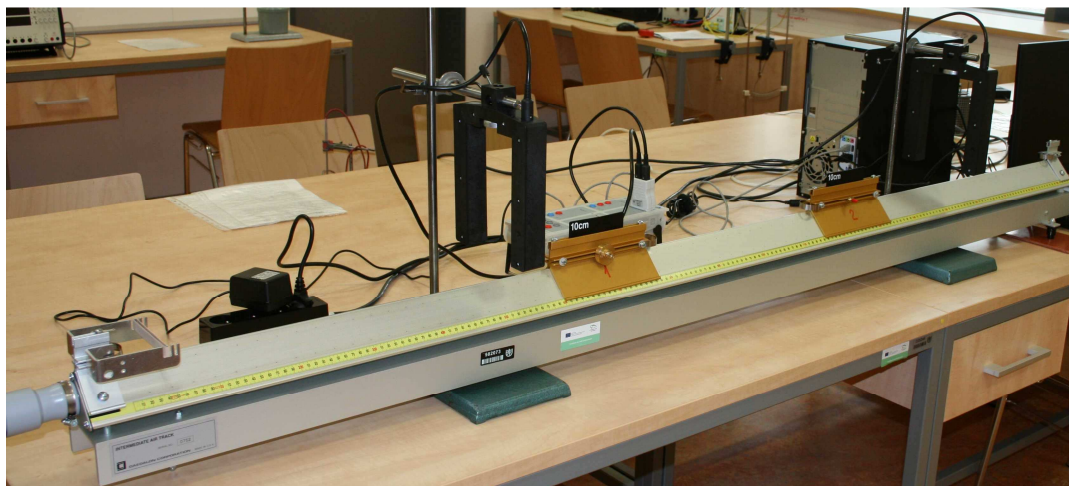
V případě nepružné srážky odvodíme ze vztahu (2) za použití  $v'_1 = v'_2$  vztah:

$$v'_1 = v'_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (6)$$

## Měření

Měření budete provádět na vzduchové dráze (viz obr. 1), kde tělesa jsou tvořena kluzáky, jež se pohybují na vzduchovém polštáři téměř bez tření. Kluzáky jsou opatřeny na jedné straně odraznou pružinou pro realizaci pružných srážek a na opačné straně suchým zipem pro realizaci nepružných srážek. Rychlost se měří pomocí dvou optických závor. Každý kluzák je opatřen vlajkou délky  $s = 100$  mm,

kteřá přeruší na dobu  $t$  světelný paprsek závory. Z doby přerušení a délky vložky se pak snadno vypočte rychlost kluzáku ( $v = s/t$ ). Výpočty a přiřazování správných znamének rychlostem provádí ovládací software Leybold CASSY Lab 2. Návod



Obr. 1

pro jeho ovládání najdete v doplňujících informacích a je také přiložen u úlohy. Optické závory musí být umístěny zhruba v jedné třetině dráhy od konců. Závora E vlevo, závora F vpravo. Zdroj vzduchu zapínejte pouze na nezbytnou dobu – je poměrně hlučný. Měření se skládá ze čtyř samostatných částí:

### A. Měření pružných srážek

Kluzáky se vypouští ručně z konců dráhy proti sobě a musí se srazit v prostoru mezi optickými závorami. Každý kluzák musí projít svojí optickou závorou tedy dvakrát. Je nutné již odražené kluzáky po průchodu závorami zachytit, aby po odrazu na koncích dráhy negenerovaly další falešné signály. Měření provádějte v režimu 1 E F 2. Levý kluzák je č. 1 a pravý č. 2. Kluzáky zvažte na digitální váze, hmotnost si poznamenejte a zadejte též do programu. Kluzáky musí být orientovány tak, aby se srazily pomocí kruhových pružných pásků. Vypouštění kluzáků chce trochu cviku a koordinace, takže bude nutné si vše nejdříve nacvičit. Chybné měření poznáte tak, že nesouhlasí celková hybnost kluzáků před a po srážce (blíže v návodu pro ovládání programu). Nepřekračujte rychlost 0,5 m/s, aby nedošlo k poškození odrazných pružin. Zznamenejte si z programu rychlosti  $v_1, v_2, v'_1, v'_2$  a uveďte do vhodné tabulky. Vypočtené výsledky pak uveďte do tabulky 1 a ověřte tak platnost vztahů (2) a (3). Hodnota  $\Delta p_{[\%]}$  je velikost (abs. hodnota) rozdílu levé a pravé strany rovnice (2) vyjádřená v procentech ze součtu velikostí hybností kluzáků před srážkou:

$$\Delta p_{[\%]} = 100 \frac{|\Delta p|}{|p_1| + |p_2|}$$

Vyjadřuje tak relativní odchylku od rovnosti pravé a levé strany vzhledem ke vstupním hybnostem. Z energetické rovnice (3) vyčíslete ztráty  $\Delta E_{[\%]}$  (rozdíl

celkové kinetické energie před a po srážce) v procentech z počáteční celkové energie kluzáků.

Tabulka 1

| $p_1$<br>[mN·s] | $p_2$<br>[mN·s] | $p'_1$<br>[mN·s] | $p'_2$<br>[mN·s] | $p$<br>[mN·s] | $p'$<br>[mN·s] | $\Delta p = p - p'$<br>[mN·s] | $\Delta p_{[\%]}$<br>[%] | $\Delta E_{[\%]}$<br>[%] |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|---------------|----------------|-------------------------------|--------------------------|--------------------------|
|                 |                 |                  |                  |               |                |                               |                          |                          |

## B. Kalibrace startovacího přípravku

Aby bylo možno vypouštět kluzák definovanou rychlostí (alespoň přibližně), je levý konec dráhy opatřen „startovacím přípravkem“, který je tvořen vidlicí s plochou gumičkou, do které opřeme kluzák, napneme na určitou souřadnici (dráha je opatřena mm měřítkem) a pustíme. Proved'te si kalibraci závislosti rychlosti kluzáku na souřadnici napnutí – alespoň pro 5 hodnot v rozsahu možného natažení gumy. Z kalibrace sestrojte ihned při měření jednoduchý graf, abyste jej mohli využívat v měření C. Měření rychlosti provádějte v režimu 1 E F 2, zajímá vás v tomto případě jen rychlost  $v_1$ .

## C. Grafické ověření vztahů (4) a (5) pro $v_2 = 0$

Vztahy (4) a (5) se dají částečně ověřit také tak, že budeme pro různé hmotnosti kluzáků vynášet do grafů závislost  $v'_1 = f(v_1)$  a  $v'_2 = f(v_1)$ , přičemž rychlost cílového kluzáku  $v_2 = 0$ . Srážky musí být pružné. Obě závislosti by měly být přímky procházející počátkem, přičemž jejich směrnice musí být rovny výrazům:

$$\frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \quad \text{a} \quad \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$$

Měření provádějte v režimu 1 E 2 F. Kluzák č. 2 bude umístěn uprostřed mezi závorami a musí mít před srážkou skutečně nulovou rychlost (má-li tendenci ujíždět, je možno před ním až do okamžiku těsně před srážkou držet prst). Kluzák č. 1 vypouštíme zleva pomocí startovacího přípravku. Hmotnost kluzáků měníme pomocí závaží, která se přišroubují z obou stran na kluzák. K dispozici je jedna sada 100 g závaží. Závislosti doma zpracujte do dvou grafů a lineární regresí stanovte směrnice a porovnejte s teoretickou hodnotou získanou z hmotností kluzáků. (Pozor – regresní přímka prochází počátkem! Použijte vzorce na str. 19 skript Fyzikální praktikum, nebo v Excelu u lineární spojnice trendu volte „Hodnota  $\underline{Y}=0$ “.) Pro jednu vybranou přímku proved'te také výpočet statistické chyby (vzorec na str. 19 skript) a porovnání s teoretickou hodnotou proved'te v souladu s předposledním a závěrečným odstavcem kapitoly „Chyby měření“ skript (str. 20). Chybu měření hmotností kluzáků zanedbejte.

## D. Měření nepružných srážek

Rozdíl oproti měření pružných srážek je v tom, že kluzáky po vzájemném spojení projedou jen jednou závorou a program to vezme v úvahu. Kluzáky musí být orientovány tak, aby se spojily pomocí suchého zipu. Nepřekračujte **vzájemnou**

rychlost kluzáků 0,4 m/s. Při prudkých nárazech se zip nemusí spojit, nebo dochází k vychýlení kluzáku a tření o dráhu. Proved'te 3 srážky v režimu 1 E F 2 (jako u měření A.) a 3 srážky v režimu 1 E 2 F (jako u měření C.). Zaznamenejte si z programu opět rychlosti  $v_1, v_2, v'_1, v'_2$ . Vyhodnocení proved'te podobně jako u měření A.

### ***Pracovní úkol***

Podle pokynů vyučujícího proved'te některé z těchto úkolů:

- 1) Proved'te 5 srážek s kluzáky stejných hmotností podle odst. A. Pokuste se volit počáteční rychlosti různých velikostí, u obou kluzáků jak shodné, tak i odlišné. Zhodno'te přesnost ověření rovnic (2) a (3).
- 2) Proved'te kalibraci startovacího přípravku podle odst. B pro dvě hmotnosti kluzáku č. 1 (bez přídatného závaží a s přídatným závažím). Do referátu graf nemusíte uvádět.
- 3) Proved'te měření podle odst. C pro dvě hmotnosti kluzáku č. 1 a dvě hmotnosti kluzáku č. 2 (za pomoci jedné sady 100 g závaží – celkem 3 kombinace). Počet měření pro jednu kombinaci hmotností: 5, rychlosti volte v rozsahu 0,1 až 0,5 m/s. Vyhodno'te měření a pokuste se najít možné technické zdroje chyb měření.
- 4) Proved'te 6 srážek s kluzáky stejných hmotností podle měření D. Pokuste se volit počáteční rychlosti různých velikostí, u obou kluzáků jak shodné, tak i odlišné. Zhodno'te přesnost ověření rovnice (2).