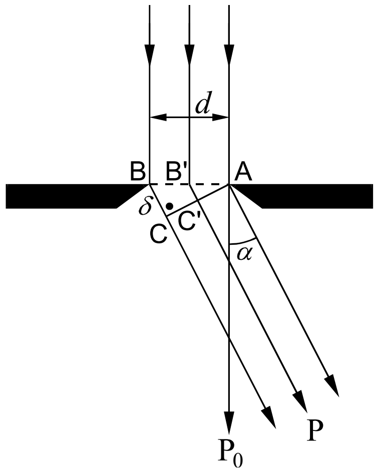
4. FRAUNHOFERŮV OHYB NA ŠTĚRBINĚ

Měřicí potřeby:

1) helium-neonový laser
2) měrná obdélníková štěrbina
3) stínítko s měřítkem
4) stínítko s fotočlánkem
5) zapisovač

Obecná část

Při dopadu rovinné monochromatické vlny na štěrbinu dochází k tzv. ohybovému jevu (viz obr.1). Jev vysvětlujeme pomocí Huygensova principu. Body roviny, které vymezuje obdélníková štěrbina, chápeme jako elementární zdroje vlnění vysílající vlnění všemi směry. Charakter vlnění na stínítku za štěrbinou pak odpovídá součtu vlnění od elementárních zdrojů. Zde uvažujeme tzv. Fraunhoferův ohyb, k němuž dochází ve velké vzdálenosti od štěrbiny.



Obr. 1 Ohyb světla na štěrbině AB – štěrbina, *d* – šířka štěrbiny, α – úhel ohybu, δ – dráhové

Rovinu štěrbiny rozdělíme po délce na *n* elementárních zdrojů. Ve směru P_0 , kolmém k rovině štěrbiny, jsou všechny zdroje ve fázi, a proto výsledná amplituda vlnění $A(P_0)$ ve směru P_0 je rovna

$$A(P_0) = n.\, A\ , \tag{1}$$

kde A je amplituda vlnění elementárního zdroje. Ve směru P nejsou již jednotlivé vlny ve fázi, ale mají jistý fázový rozdíl. Vlnění vycházející z bodu B ve směru P má proti vlně vycházející z bodu A dráhový rozdíl $\delta = d.\sin\alpha$. Dvě sousední elementární vlny mají dráhový rozdíl:

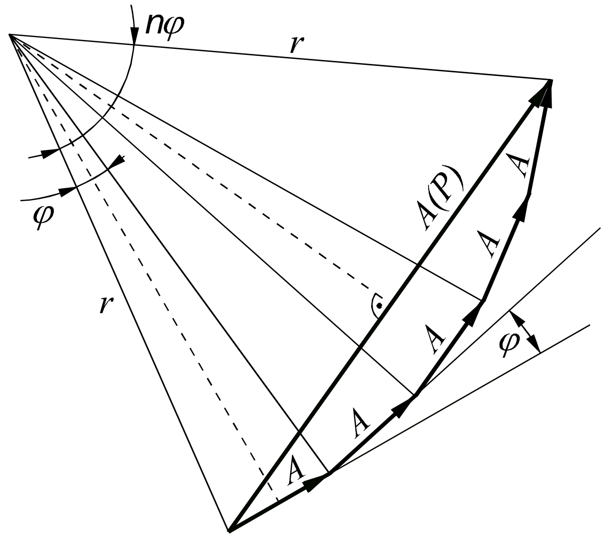
$$\frac{\delta}{n} = \frac{d.\sin\alpha}{n}\ . \tag{2}$$

To odpovídá fázovému rozdílu (v radiánech):

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\delta}{n} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{d.\sin\alpha}{n}\ , \tag{3}$$

kde λ je vlnová délka záření laseru (λ = 632,8 nm). Celková amplituda ve směru P je dána vektorovým součtem fázorů jednotlivých elementárních vln (viz obr. 2):

$$A(\mathrm{P}) = 2r.\sin\frac{n\varphi}{2} = A\frac{\sin\frac{n\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}\ , \tag{4}$$



kde $$r = \frac{A}{2\sin\frac{\varphi}{2}} \;. \tag{5}$$

Vztahy (1) a (4) použijeme pro výpočet poměru intenzit. Platí:

$$\frac{A(\mathrm{P})}{A(\mathrm{P}_0)} = \frac{\sin\frac{n\varphi}{2}}{n.\sin\frac{\varphi}{2}} = \frac{\sin\frac{\pi\, d.\sin\alpha}{\lambda}}{n.\sin\frac{\pi\, d.\sin\alpha}{n\lambda}} \;.$$

Jestliže přejdeme k limitě pro $n \to \infty$, platí:

$$\lim_{n\to\infty} n.\sin\frac{\pi d.\sin\alpha}{n\lambda} = \frac{\pi d.\sin\alpha}{\lambda} \;.$$

Potom:

$$A(\mathrm{P}) = A(\mathrm{P}_0)\frac{\sin\frac{\pi d.\sin\alpha}{\lambda}}{\frac{\pi d.\sin\alpha}{\lambda}} = A(\mathrm{P}_0)\frac{\sin u}{u} \;, \text{kde } u = \frac{\pi d.\sin\alpha}{\lambda} \;. \tag{6}$$

Protože intenzita vlny je úměrná čtverci amplitudy, platí:

$$I(\mathrm{P}) = I(\mathrm{P}_0)\frac{\sin^2 u}{u^2} \;, \tag{7}$$

kde $I(\mathrm{P}_0)$ je intenzita ve směru P_0. Z rozboru této závislosti vyplývá, že minimum intenzity pozorujeme ve směrech daných vztahem

$$\sin\alpha = k\frac{\lambda}{d} \;, \tag{8}$$

kde $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$. Maximální intenzita je dána podmínkou $\mathrm{tg}\, u = u$. Řešením této rovnice dostaneme podmínky pro maxima:

$$\begin{aligned} &(\sin\alpha)_0 = 0 && (\sin\alpha)_{\pm 3} = \pm 3{,}4708895\frac{\lambda}{d} \\ &(\sin\alpha)_{\pm 1} = \pm 1{,}4302967\frac{\lambda}{d} && (\sin\alpha)_{\pm 4} = \pm 4{,}477400\frac{\lambda}{d} \\ &(\sin\alpha)_{\pm 2} = \pm 2{,}4590241\frac{\lambda}{d} && (\sin\alpha)_{\pm 5} = \pm 5{,}481536\frac{\lambda}{d} \end{aligned} \tag{9}$$

A. Fraunhoferův ohyb pozorovaný na stínítku

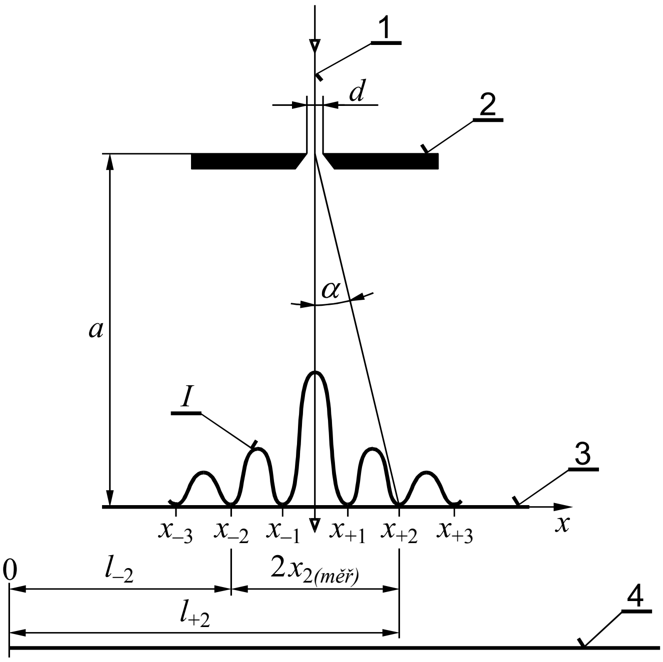
Jak bylo výše řečeno, vzniknou při ohybovém jevu na stínítku světlé proužky (maxima) oddělené minimy intenzity záření, pro něž platí:

$$\sin\alpha = k\frac{\lambda}{d} = s_k \;, \tag{10}$$

kde λ je vlnová délka dopadajícího světla, α je úhel, pod kterým pozorujeme minimum a $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$. Za předpokladu, že difrakční obraz je symetrický vzhledem k přímému paprsku ($x_{+k} = x_{-k} = x_k$), určíme polohu minima x_k na stínítku měřením souřadnic l_{+k} a l_{-k} (viz obr. 3). Potom platí:

$$x_{k(m\check{e}\check{r})} = \frac{l_{+k} - l_{-k}}{2}. \qquad (11)$$

Směrodatnou chybu hodnoty $x_{k(m\check{e}\check{r})}$ stanovte sami podle pravidel uvedených v kapitole „Chyby měření“, odst. B a C (chyba stupnice a chyba nepřímo měřené veličiny).



Obr. 3 Průběh intenzity I na stínítku při ohybovém jevu. (kótování provedeno pro $k = \pm 2$)
1 – paprsek laseru, 2 – štěrbina, 3 – stínítko, 4 – měřítko s noniem, a – vzdálenost štěrbiny od stínítka

Polohu minima x_k lze stanovit též **teoreticky** výpočtem ze vztahu:

$$x_k = a.\mathrm{tg}\,\alpha = a.\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{a.s_k}{\sqrt{1-s_k^2}}, \qquad (12)$$

kde za $\sin\alpha$ je dosazeno z (10) a a je vzdálenost štěrbiny od stínítka. Teoretická hodnota vypočtená ze vztahu (12) má ovšem rovněž svoji chybu – je funkcí několika veličin, z nichž každá přispívá svojí chybou k chybě výsledné. Výslednou chybu musíme tedy stanovit podle věty o přenosu chyby (kap. „Chyby měření“, odst. C). Zanedbáme-li chybu vlnové délky světla laseru, jež je velmi malá, dostaneme:

$$\delta x_k = \sqrt{\left(\frac{\partial x_k}{\partial a}\delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial x_k}{\partial s_k}\delta s_k\right)^2} = \sqrt{\frac{s_k^2}{1-s_k^2}(\delta a)^2 + \frac{a^2}{(1-s_k^2)^3}(\delta s_k)^2}, \qquad (13)$$

kde δs_k je absolutní chyba veličiny s_k a δa je chyba v určení vzdálenosti štěrbina – stínítko. Chybu δs_k určíme opět podle věty o přenosu chyby jako:

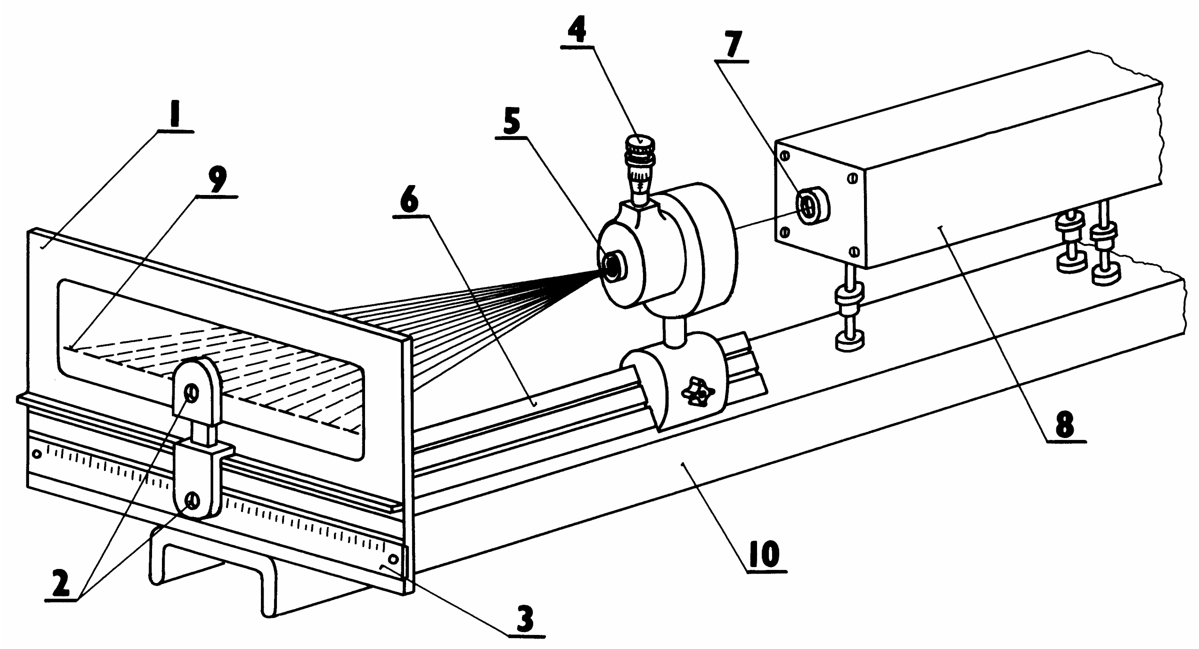
$$\xi s_k = \sqrt{(\xi\lambda)^2 + (\xi d)^2}\quad,\quad \delta s_k = s_k.\xi s_k \qquad (14)$$

Relativní chyba vlnové délky $\xi\lambda$ je ve srovnání s relativní chybou šířky štěrbiny ξd zanedbatelná, takže lze psát $\xi s_k \approx \xi d$. Veškeré informace týkající se chyb měření najdete v úvodní části skript v kapitole „Chyby měření“.

Vztah (12) lze považovat za experimentálně potvrzený, jestliže souhlasí $x_{k(m\check{e}\check{r})}$ s x_k vypočteným v rámci chyb měření (pravidlo $2\overline{\sigma}$).

Měření

Prověření vztahu (10) provedeme na zařízení, které je znázorněno na obr. 4. Zdrojem monochromatického záření je helium-neonový laser pracující na vlnové



Obr. 4 Zařízení pro pozorování Fraunhoferova ohybu
1 – stínítko, 2 – odečítací lupa, 3 – měřítko s noniem, 4 – mikrometrický šroub, 5 – štěrbina, 6 – vodítko, 7 – výstup z laseru, 8 – laser, 9 – difrakční obraz na stínítku, 10 – nosník zařízení

délce λ = 632,8 nm. Laser je napájen vysokým napětím ze zdroje, který se uvede do chodu síťovým vypínačem. Výstupní paprsek laseru nesmí dopadat přímo do oka. Expozice po dobu řádově několik desetin sekundy může způsobit poškození sítnice oka.

Štěrbina má plynule nastavitelnou šířku pomocí mikrometrického šroubu **4** s dělením stupnice po 0,01 mm. Polohy minim na stínítku odečítáme měřítkem s desetidílkovým noniem a zapisujeme do prvních tří sloupců tabulky 1.

Pracovní úkol

1) Změřte všechny viditelné (tj. minimálně 3 !) polohy minim pro tři různé šířky d štěrbiny. Z naměřených hodnot vypočtěte $x_{k(měř)}$ a její chybu měření $\delta x_{k(měř)}$.
2) Vypočítejte teoretickou hodnotu x_k a její chybu δx_k podle vztahů (12) a (13).
3) Srovnejte $x_{k(měř)}$ a x_k vypočtenou.

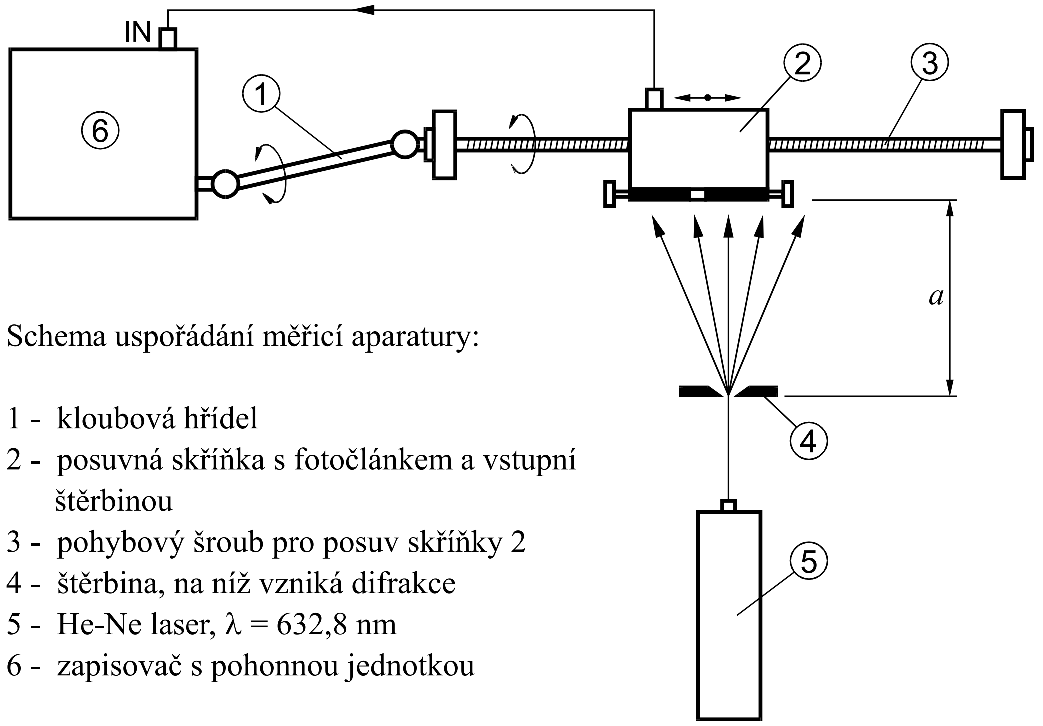
Pro zápis naměřených a vypočtených hodnot (včetně jednotek!) použijte tabulku 1.

Tabulka 1

k	l_{+k}	l_{-k}	Měřené		Vypočtené	
			$x_{k(měř)}$	$\delta x_{k(měř)}$	x_k	δx_k

B. Fraunhoferův ohyb na štěrbině registrovaný fotočlánkem

Na zařízení, schematicky znázorněném na obr. 5, prověříme platnost vztahů (7) a (12). Namísto stínítka je zde posuvný fotočlánek, jímž lze proměřit intenzitu



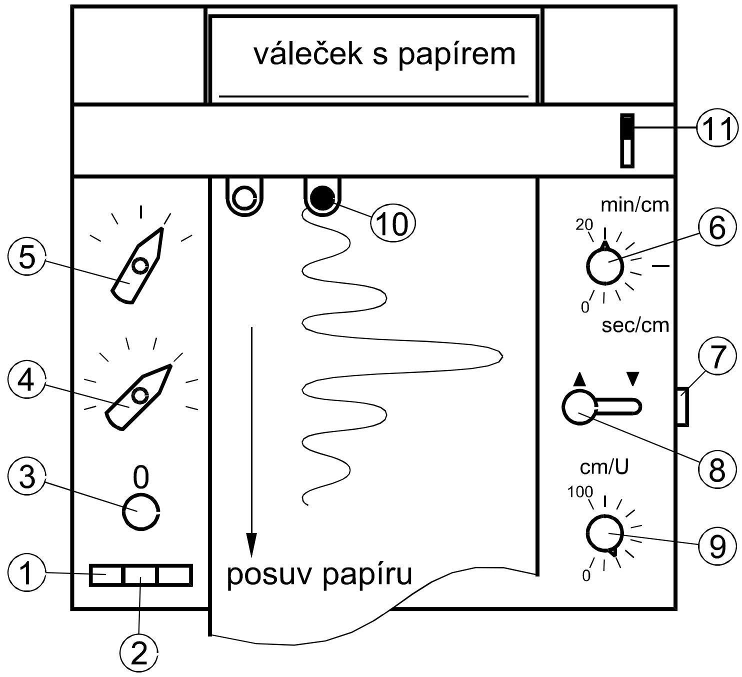
Obr. 5

světla I ve všech bodech osy x (viz obr. 3). Pro polohu x ohybových vln na stínítku platí $x = a.\mathrm{tg}\alpha$, kde a je vzdálenost štěrbiny od stínítka. $I'(\mathrm{P})$ je naměřená intenzita ve směru P (obr. 1). Od této hodnoty musíme odečíst intenzitu I'', kterou změříme při zacloněném laserovém paprsku abychom vyloučili vliv denního světla. Skutečnou intenzitu ve směru P tedy dostaneme jako $I(\mathrm{P}) = I'(\mathrm{P}) - I''$.

Z naměřených hodnot spočítáme pro každé maximum experimentální poměr $\dfrac{I(\mathrm{P})}{I(\mathrm{P}_0)}$ a podle vztahu (7) poměr teoretický, kde $I(\mathrm{P}_0)$ je intenzita v přímém směru. Obě hodnoty by v rámci chyb měly souhlasit.

Měření

1) Zapněte laser, nastavte šířku štěrbiny d a vzdálenost a štěrbiny od fotočlánku.
2) Nastavte na zapisovači (obr. 6) vhodný poměr otáček pohonného mechanismu vzhledem k posuvu papíru knoflíkem **9**. Stoupání pohybového šroubu je 1 mm, takže při jedné otáčce se fotočlánek posune o 1 mm.
3) Nastavte vhodnou rychlost posuvu papíru knoflíkem **6** (v sec/cm).
4) Nastavte knoflík **5** do polohy **–J**
5) Knoflíkem **4** volte vhodný proudový rozsah. Protože je poměr intenzit hlavního maxima (přímý paprsek) a vedlejších maxim velmi velký, bude nutné pro zápis



Obr. 6 Zapisovač
1 – síťový vypínač
2 – spuštění posuvu papíru
3 – nastavení nuly
4 – přepínač rozsahů (100 je nejnižší citlivost)
5 – přepínač měření napětí/proud
6 – rychlost posuvu papíru
7 – výstupní otvor pohonné jednotky
8 – páčka pro přepínání smyslu otáčení (v mezipoloze je možno s hřídelí otáčet ručně)
9 – nastavení rychlosti otáček vzhledem k rychlosti papíru (v cm/otáčku)
10 – otvor pro vkládání pera
11 – páčka pro spuštění pera

hlavního maxima použít jiný rozsah než pro ostatní maxima. Celou operaci přepínání rozsahů je vhodné si vyzkoušet nanečisto bez spuštěného pera zapisovače. Použité rozsahy je nutné si zaznamenat pro další vyhodnocení!

6) Není-li zápis symetrický vzhledem k nultému maximu, nedopadá paprsek kolmo na štěrbinu.

Pracovní úkol

1) Změřte průběh intenzity světla při ohybu na štěrbině pro tři různé šířky štěrbiny.
2) Vypočtěte poměr intenzit podle vztahu (7) a porovnejte s naměřenými hodnotami. Pro zápis hodnot použijte tabulku 2.
3) Odečtěte ze záznamu polohy maxim a minim, zapište do tabulky 3 a porovnejte s teoretickými hodnotami vypočtenými podle vztahů (8) a (9).

Tabulka 2

Řád Maxima	$d = \ldots$ [mm]	$a = \ldots$ [m]		$I'' = \ldots$
	$I'(\mathrm{P})$	$I(\mathrm{P})$	$\left[\dfrac{I(\mathrm{P})}{I(\mathrm{P}_0)}\right]_{m\check{e}\check{r}}$	$\left[\dfrac{I(\mathrm{P})}{I(\mathrm{P}_0)}\right]_{vyp}$
−5 : −1 0 +1 : +5				

Tabulka 3

číslo maxima/minima	$d = \ldots$ [mm]		$a = \ldots$ [m]	
	x_{min} (*měř.*)	x_{min}(*vyp.*)	x_{max}(*měř.*)	x_{max}(*vyp.*)
−5				
:				
−1				
+1				
:				
+5				