

5. REZONANČNÍ OBVOD

Měřicí potřeby

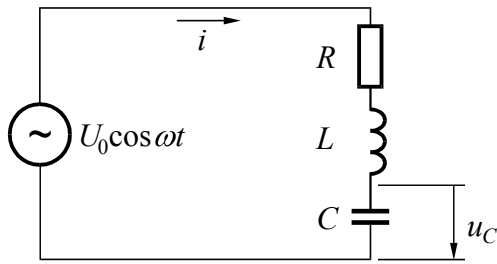
- 1) nízkofrekvenční generátor
- 2) nízkofrekvenční milivoltmetr
- 3) RLC měřič
- 4) panel s cívkou, kondenzátorem a třemi odpory

Obecná část

Bude-li slabě tlumený fyzikální systém schopný kmitání podroben vynuceným kmitům za pomoci vnějšího zdroje, dojde při určité frekvenci budícího zdroje k výraznému zvětšení amplitudy kmitů daného systému. Tento jev se nazývá rezonance a tato rezonanční frekvence je velmi blízká frekvenci tlumených kmitů daného systému bez vnějšího buzení.

S projevy rezonance se setkáváme u celé řady fyzikálních jevů: od kmitů v mechanických soustavách přes kmity akustické, kmity v plazmě, molekulové kmity až ke kmitům v elektrických obvodech s kapacitou a indukčností. Nejznámější jsou kmity v mechanických soustavách a kmity v elektrických LC obvodech. I když se jedná o jevy zcela odlišné, můžeme na základě formální podobnosti diferenciálních rovnic popisujících tyto soustavy vysledovat analogie, platící mezi jednotlivými veličinami. Pro klasickou mechanickou soustavu s pružinou, závažím, třecí silou úměrnou rychlosti a sériový elektrický obvod RLC podle obr. 1 jsou tyto analogie uvedeny v následující tabulce:

mechanická soustava		elektrický obvod	
výchylka hmoty	$y(t)$	$Q(t)$	náboj na kondenzátoru
síla pružiny	$F = -k \cdot y$	$u_C = Q/C$	napětí na kondenzátoru
hmotnost	m	L	indukčnost
tuhost pružiny	k	$1/C$	–
rychlost hmoty	$v = dy/dt$	$i = dQ/dt$	proud obvodem
tlumicí síla	$F_t = -B \cdot v$	$u_R = R \cdot i$	napětí na odporu
součinitel tlumení	B	R	ohmický odpor
frekvence a úhlová frekvence volných kmitů v soustavě bez tlumení (je-li $B = 0$)	$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$	frekvence a úhlová frekvence volných kmitů v obvodu beze ztrát (je-li $R = 0$)
konstanta útlumu	$b = \frac{B}{2m}$	$b = \frac{R}{2L}$	konstanta útlumu
budící síla	$F_B = F_0 \cdot \cos \omega t$	$u_B = U_0 \cdot \cos \omega t$	napětí zdroje



Obr. 1

Chceme-li v kmitající soustavě udržet trvale kmity, musíme hradit ztráty energie v soustavě pomocí vnější budící síly, jejíž průběh je většinou harmonický (viz tabulka), kde F_0 [N] a U_0 [V] jsou amplitudy (max. hodnoty) budících veličin.

Budeme-li řešit pohybovou rovnici popisující mechanický oscilátor, dostaneme řešení, které se skládá ze dvou částí: první

část popisuje tlumený harmonický pohyb, který by oscilátor konal v nepřítomnosti budící síly F_B , druhá část popisuje ustálené harmonické kmity s konstantní amplitudou A a fázovým posuvem χ , což je fázové posunutí kmitů oscilátoru (hmoty) oproti budící síle. Amplituda prvního členu klesá exponenciálně k nule, takže po jisté době zůstávají jen **nucené kmity** konané s úhlovou frekvencí ω stejnou jako má budící síla F_B (popř. budící napětí u_B). Řešení tedy vypadá takto:

v mechanice:
$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \chi)$$

v elektrickém obvodu:
$$Q(t) = Q_A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Amplituda výchylky A (resp. náboje na kondenzátoru Q_A) i fázový úhel χ (resp. φ) jsou funkcí úhlové frekvence budícího zdroje $\omega = 2\pi f$ podle vztahů:

v mechanice:

$$A = \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}}$$

v elektrickém obvodu:

$$Q_A = \frac{U_0}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}}$$

$$\text{tg } \chi = -\frac{2b\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\text{tg } \varphi = -\frac{2b\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Amplituda nucených kmitů je tím větší, čím menší je rozdíl mezi frekvencí budící síly a vlastní frekvencí oscilátoru ω_0 a čím je menší konstanta útlumu. Maximum amplitudy nastane pro takovou hodnotu úhlové frekvence budící síly ω_{rez} , pro níž bude jmenovatel výrazu pro amplitudu A (resp. Q_A) minimální – čili když jeho první derivace bude rovna nule. Bude to:

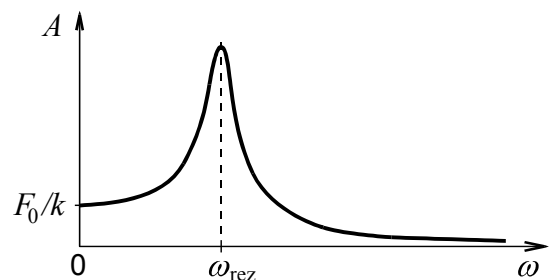
v mechanice:

$$\omega_{\text{rez}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2b^2}$$

v elektrickém obvodu:

$$\omega_{\text{rez}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2b^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$$

V takovém případě mluvíme o **rezonanci**. Nakreslíme-li závislost amplitudy kmitů systému na frekvenci budícího zdroje, dostaneme rezonanční křivku (obr. 2). Je-



Obr. 2 Rezonanční křivka

li tlumení nepatrné, je při rezonanci amplituda značná a příslušná rezonanční křivka ostrá. Při vzrůstu tlumení se rezonanční křivka rozšiřuje a zároveň se mírně posouvá její maximum.

Poznámka: pro frekvenci tlumených kmitů **nebuzeného** oscilátoru platí vztah: $\omega_{\text{tlum}} = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$.

Měření

Měření se provádí na sériovém RLC obvodu (obr. 3) napájeném nízkofrekvenčním generátorem.

Nízkofrekvenčním voltmetrem se měří efektivní hodnota napětí na kondenzátoru U_C (je úměrná amplitudě náboje Q_A na kondenzátoru).

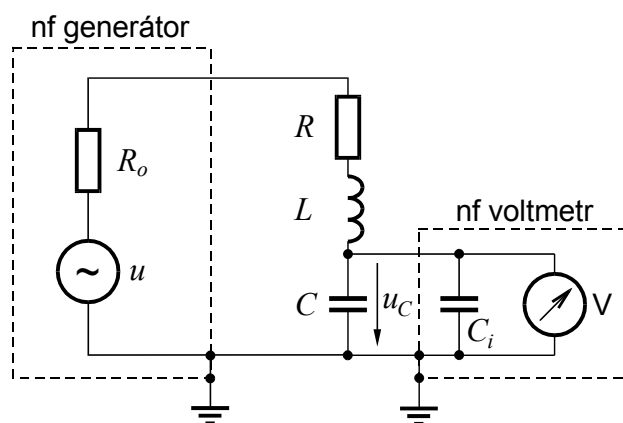
Frekvenci měňte v rozmezí 70 až 1190 Hz. Rezananční křivku znázorněte jako závislost poměru U_C/U_{C0} na frekvenci, přičemž U_{C0} je napětí na kondenzátoru při (teoreticky) nulové frekvenci. Nulovou frekvenci na generátoru nastavit nelze, avšak napětí U_{C0} je v našem případě prakticky rovno napětí U_C změřeném při frekvenci 70 Hz (rozdíl je zde neměřitelný).

Do výpočtů je nutno zahrnout vstupní kapacitu C_i milivoltmetru s přívodním kabelem a výstupní odpor nf generátoru R_o (hodnoty C_i a R_o jsou uvedeny na použitých přístrojích).

Měření rezonanční křivky provádějte na rozsazích voltmetru 3 V nebo 10 V. Před měřením je nutno nejdříve přesně nalézt rezonanci a nastavit velikost výstupního napětí generátoru tak, aby měřené napětí U_C při rezonanci nepřesáhlo maximální výchylku měřidla (a nebylo nutné během měření přepínat rozsah).

Pracovní úkol

- 1) Proměřte a graficky (do jednoho grafu) znázorněte rezonanční křivky pro tři hodnoty odporu R . Naměřené hodnoty též uveďte do vhodné tabulky.
- 2) Změřte hodnoty součástek R , L a C pomocí RLC měřiče.
- 3) Pomocí stejnosměrného ohmetru (je součástí běžných digitálních multimetrů) změřte ohmický odpor vinutí cívky L .
- 4) Pro každý odpor vypočítejte konstantu útlumu, rezonanční frekvenci v [Hz] a srovnajte ji s naměřenými hodnotami. Nezapomeňte, že do vzorců se musí dosazovat celkový sériový odpor obvodu, jenž je součtem odporu rezistoru, výstupního odporu generátoru a vlastního odporu vinutí cívky L .
- 5) Vypočítejte rezonanční frekvenci, kterou by měl daný obvod beze ztrát.



Obr. 3 Schéma zapojení při měření