

MĚŘENÍ RYCHLOSTI SVĚTLA

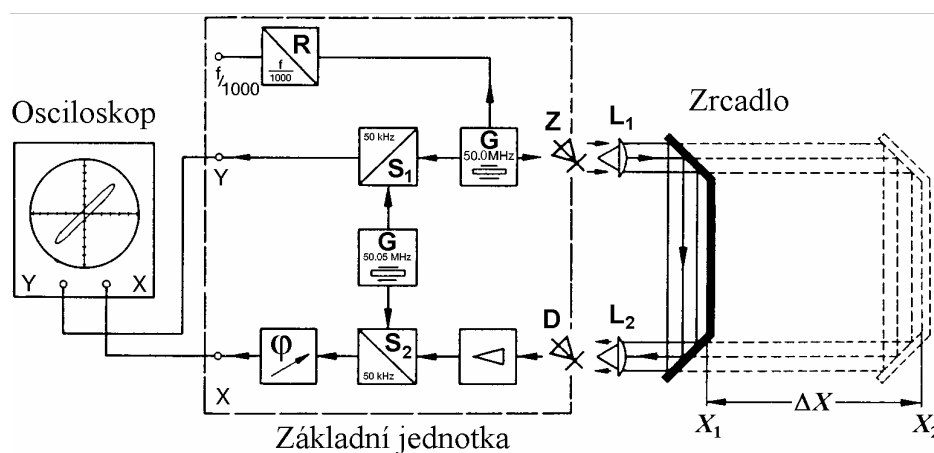
Měřicí potřeby

- 1) Základní jednotka se zdrojem a detektorem světla
- 2) Měřicí dráha s délkovou stupnicí
- 3) Měřič frekvence (čítač)
- 4) Dvojitě zrcadlo, dvě spojné čočky
- 5) Osciloskop, spojovací kabely
- 6) Blok syntetické pryskyřice
- 7) Trubice s vodou

Obecná část

Uspořádání experimentu

Jako zdroj světla **Z** je použita červená dioda LED modulovaná harmonickou frekvencí 50,0 MHz. Spojná čočka **L₁** (nastavená tak, aby zdroj byl v jejím předmětovém ohnisku) vytvoří rovnoběžný svazek světla („paprsek“), pohybující se podél základny přístroje ve směru měřicí dráhy. Po odrazu na dvojitě zrcadle **M** se vrací svazek podél základny zpět a dopadá na detektor **D** umístěný v ohnisku druhé spojné čočky **L₂**.



Obr. 1 Uspořádání experimentu

Přijímaný signál má stejnou frekvenci jako signál vysílaný zdrojem, ale jinou fází, jako důsledek časového zpoždění na proběhnuté dráze. Mezi oběma signály tedy vzniká určitý fázový rozdíl. Pro zobrazení na osciloskopu je jejich frekvence redukována na 50 kHz ve směšovačích **S₁** a **S₂** (je do nich přiveden kmitočet 50,05 MHz z pomocného generátoru **G**), přitom však nedochází ke změně fázového rozdílu signálů.

Vysílaný a přijímaný signál jsou přivedeny na vodorovné a svislé vychylovací destičky osciloskopu (**X** a **Y** vstup). Na obrazovce vzniká Lissajoussův obrazec – elipsa. Fázi přijímaného signálu lze ručně upravit fázovacím článkem **φ** a tím ovlivnit počáteční tvar elipsy.

Teoretické základy

Rovinné elektromagnetické vlnění (ve vakuu nebo ve vzduchu), vysílané ze zdroje ve směru osy x lze popsat rovnicí (předpokládáme nulovou fázovou konstantu):

$$u = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

Pro parametry vlnění – úhlovou frekvenci ω , úhlový vlnčet k , fázovou rychlost c , frekvenci f a vlnovou délku λ platí známé vztahy:

$$\omega = 2\pi f, \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad c = \lambda f.$$

Po proběhnutí dráhy délky l (ve směru osy x) má přijímaná vlna tvar:

$$u = B \sin(\omega t - k(x+l)) = B \sin(\omega t - kx - kl)$$

Amplituda přijímaného vlnění může být menší v důsledku jeho absorpce a rozptylu, pro nás je však důležitější vzniklé fázové zpoždění (fázový rozdíl) φ mezi vlnou sledovanou v místě x a vlnou sledovanou v místě $x+l$:

$$\varphi = k \cdot l = \frac{2\pi f}{c} \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda} l$$

Fázový rozdíl φ mezi oběma vlněními je tedy způsoben dráhou l , kterou nazýváme také dráhovým rozdílem dvou vlnění.

Pokud zavedeme na vstup **X** vodorovného vychylování osciloskopu vysílaný signál, bude výchylka stopy: $x = A \sin(\omega t)$

Výchylka ve svislém směru **Y** bude úměrná naopak signálu z detektoru:

$$\begin{aligned} y &= B \sin(\omega t + \varphi_1) && \text{pro polohu zrcadla } x_1 \\ y &= B \sin(\omega t + \varphi_2) && \text{pro polohu zrcadla } x_2 \end{aligned}$$

Fázové konstanty φ_1, φ_2 jsou dány zpožděním signálu ve vysílači, dráhou vlny, zpožděním signálu v detektoru, elektronických obvodech a také nastavením fázovacího článku.

Díky přiváděným signálům vznikne na obrazovce osciloskopu, jako výsledek skládání dvou kolmých kmitů stejné frekvence, obecná elipsa popsaná rovnicí (odvození viz např. učební texty základního kurzu fyziky FYA1):

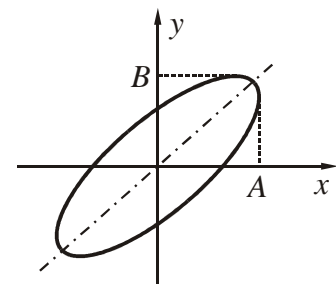
$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - 2\frac{xy}{AB} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$

Je vidět, že tvar elipsy závisí zejména na fázovém rozdílu kmitů φ a že hodnotu této veličiny lze z rovnice vypočítat po dosazení souřadnic libovolného bodu a amplitud.

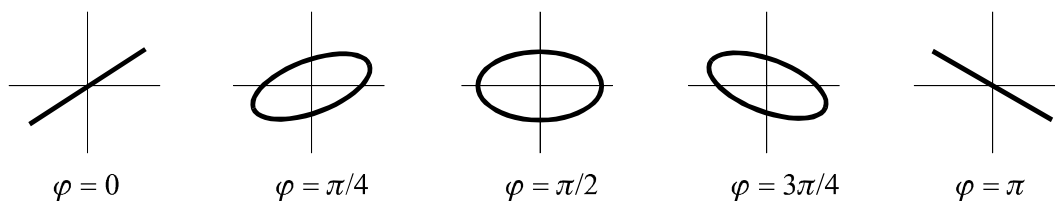
Nejpřesněji lze ale stanovit hodnoty fázového rozdílu rovné libovolnému celistvému násobku čísla π , tedy vyhovující rovnici:

$$\varphi = \dots - 3\pi, -2\pi, -\pi, 0, +\pi, +2\pi, +3\pi, \dots = m\pi, \text{ kde } m \text{ je celé číslo.}$$

To je případ, kdy signály jsou buď ve fázi, nebo v protifázi a elipsa přechází v úsečku (jak se lze snadno přesvědčit dosazením za $\varphi = 0$ nebo π). Pro sudé m prochází úsečka kvadranty I. a III. a pro liché m kvadranty II. a IV. (viz obr. 3).



Obr. 2 Elipsa



Obr. 3 Tvar elipsy pro různý fázový posun φ

Fázovací člunek při měření nastavujeme tak, aby bylo $\varphi_1 = 0$. Pak je přijímaný signál \mathbf{Y} pro zrcadlo v poloze x_1 ve fázi se signálem na vstupu \mathbf{X} osciloskopu a na obrazovce máme úsečku procházející I. a III. kvadrantem.

Při posunutí zrcadla z polohy x_1 do polohy x_2 se prodlouží dráha vlny o hodnotu $2(x_2 - x_1) = 2\Delta x$. Všechny faktory, ovlivňující velikost φ_1 a φ_2 zůstávají s výjimkou dráhy vlny nezměněny. Proto musí být fázový rozdíl $\varphi_2 - \varphi_1$ dán pouze dráhovým rozdílem vlny $l = 2\Delta x$:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{c} l = \frac{2\pi}{\lambda} 2\Delta x .$$

Mezi dvěma sousedními polohami přímek je vždy fázový rozdíl rovný číslu π . Tomu odpovídá příslušný dráhový rozdíl:

$$2\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \varphi = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \pi = \frac{\lambda}{2}$$

Prodloužíme-li tedy dráhu přijímané vlny tak, aby úsečka na obrazovce změnila sklon (přešla z jedné dvojice protilehlých kvadrantů do dvojice sousední), bude tato změna délky dráhy právě rovna polovině vlnové délky. Vlnová délka pak bude dvojnásobkem změny délky dráhy: $\lambda = 2l = 4\Delta x$.

Změnu elipsy v přímku lze na obrazovce osciloskopu velmi dobře opticky detekovat, proto je možno uvedeným způsobem dosti přesně stanovit vlnovou délku elektromagnetického vlnění (v principu jakéhokoliv vlnění).

Ideální uspořádání experimentu by mělo umožnit proměření řady například dvaceti po sobě jdoucích výše popsaných poloh elipsy, abychom mohli výsledky zpracovat postupnou metodou (vytvořit deset dvojic měření, aritmetický průměr a směrodatnou chybu). Při použité frekvenci 50,0 MHz však vlnová délka činí:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{50 \times 10^6} = 6 \text{ m}$$

Potřebovali bychom tedy měřicí dráhu délky asi 30 metrů. V našem experimentálním uspořádání s dvacetkrát menší drahou můžeme proto změřit jen dvě takové polohy a pro stanovení přesnosti měření lze provést pouze prosté opakování tohoto měření.

Jestliže současně změříme elektronickým čítačem frekvenci použitého vlnění, můžeme jednoduše určit fázovou rychlost světla:

$$\boxed{c = \lambda \cdot f = 4\Delta x \cdot f} \quad (1)$$

Pro stanovení nepřesnosti (chyby) výsledku musíme standardním způsobem zjistit chyby měření obou jednotlivých veličin (jako vždy jde o součet nepřesností vlastního měřidla a chyby vzniklé z metody jeho používání) – při měření frekvence by nám měl poradit manuál čítače, při měření vlnové délky si všimneme přesnosti délkové stupnice a pro odhad chyby metody měření posunu Δx můžeme pouze opakovat vícekrát měření. Chybu metody zde výrazně ovlivňuje kvalita a ostrost zobrazení elipsy na osciloskopu.

Fázová rychlost světla (a jakéhokoliv elektromagnetického vlnění) je vždy menší v hmotném prostředí (voda, sklo, pryskyřice, ... i vzduch) než ve vakuu. Pro vzduch je tato odchylka zanedbatelná, řádu 0,02 %. Platí ale vždy, že $c_A \leq c$. Protože frekvence vlnění zůstává zachována (je to základní parametr periodických změn fyzikálních veličin, které popisují vlnění), musí se zmenšit vlnová délka (a poklesnout úhlový vlnocet). Všechny rovnice ovšem stále platí, to znamená, že zůstává v platnosti také výše uvedený vztah pro fázovou rychlost:

$$c_A = \lambda_A \cdot f = 4\Delta x_1 \cdot f$$

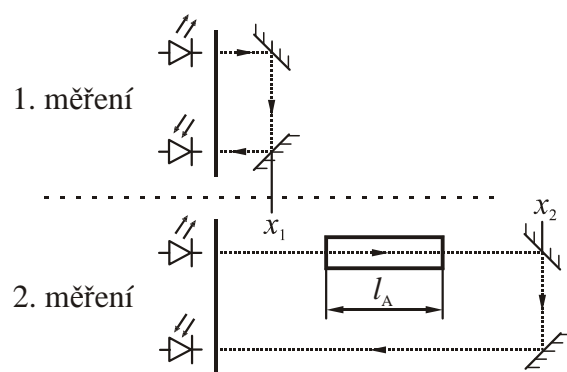
(indexem „A“ označujeme fázovou rychlost a vlnovou délku v prostředí A). Vidíme jasně lineární vztah mezi vlnovou délkou a fázovou rychlostí (a fázovým i dráhovým rozdílem), pokles všech těchto veličin ve hmotném prostředí je proto vždy proporcionální.

Měření fázové rychlosti v hmotném prostředí by principiálně mohlo probíhat naprosto stejně jako ve vzduchu, je tu ovšem technická potíž vyplývající z „technologie“ měření: odrazná zrcadla by se musela pohybovat v měřeném prostředí, tj. v kapalině (to by ještě šlo), nebo v pevné látce (neproveditelné). Změníme proto mírně metodu měření: hmotné prostředí omezené délky l_A pouze přidáme do původní dráhy paprsku ve vzduchu. Úvahou pak dospějeme ke stanovení dvou konkrétních možností, dvou metod:

1. metoda

V poloze x_1 zrcadla (poblíž základní jednotky), když prochází paprsek pouze vzduchem, se nastaví fázovacím článkem na obrazovce (libovolná) přímka. Fázový rozdíl mezi vysílaným a přijímaným signálem tak bude roven nule: $\varphi_1 = 0$.

Pak posuneme zrcadlo více vpravo, do dráhy paprsku vsuneme měřené prostředí, a dále pokračujeme v posunu zrcadla do konečné polohy x_2 , ve které se elipsa na obrazovce změní na opačně orientovanou přímku, tj. fázové zpoždění přijímaného signálu vzniklé na celkové dráze $2\Delta x$ bude rovno hodnotě π . Část této dráhy prochází světlo vzduchem, část měřenou látkou. Celkové fázové zpoždění vlny je proto součtem fázového zpoždění φ , vzniklého na dráze vlny



Obr. 4 První metoda

vzduchem, a zpoždění φ_A , které vzniklo na dráze vlny měřenou látkou. Platí tedy rovnice:

$$\varphi_{\text{celk}} = \varphi + \varphi_A = \frac{2\pi f}{c}(2\Delta x - l_A) + \frac{2\pi f}{c_A}l_A = \pi$$

Po úpravě pak dostaneme fázovou rychlost světla v měřeném prostředí:

$$c_A = \frac{2fc l_A}{c - 2f(2\Delta x - l_A)} = \frac{2f l_A}{1 - \frac{2f}{c}(2\Delta x - l_A)} \quad (2)$$

Dále stanovíme index lomu světla měřeného prostředí, který udává, kolikrát je rychlost světla v daném hmotném prostředí menší než ve vakuu (vzduchu):

$$n_A = \frac{c}{c_A} \quad (3)$$

Index lomu je bezrozměrná veličiny a je vždy větší než jedna. Vztah (2) také můžeme s pomocí indexu lomu upravit na jednodušší tvar:

$$n_A = \frac{c}{c_A} = \frac{c - 2f(2\Delta x - l_A)}{2f l_A} = 1 + \frac{c - 4f \Delta x}{2f l_A} \quad (4)$$

Vztah (4) můžeme použít primárně pro zpracování výsledků, ze získaného indexu lomu pak vypočteme rychlost v daném prostředí c_A .

2. metoda

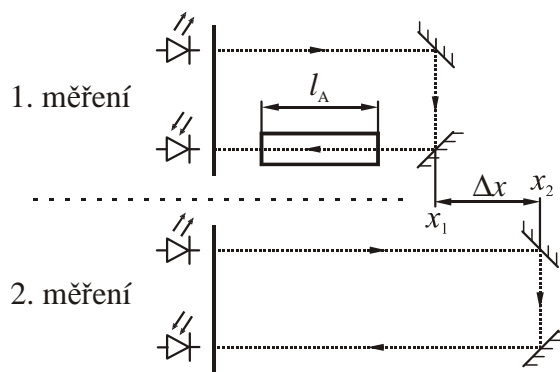
V této metodě necháme nejprve vlnu na části celkové dráhy procházet zkoumaným prostředím délky l_A a na zbylé dráze vzduchem. Zrcadlo se tedy nastaví do polohy x_1 tak, aby bylo možno vložit zkoumané prostředí. Fázovacím článkem „dorovnáme“ fázi vysílaného a přijímaného signálu tak, aby byla 0 nebo π , tj. nastavíme (libovolnou) přímku. Celkové fázové zpoždění vlny můžeme zapsat jako:

$$\varphi_1 = k_A \cdot l_A + k(2x_1 - l_A) + C,$$

kde do konstanty C můžeme zahrnout všechna zpoždění v obvodech vysílače a přijímače (a také zpoždění na dráze mezi zrcadly).

Pak vyjmeme zkoumané prostředí, čímž jej vlastně nahradíme stejně dlouhým úsekem vzduchu, takže první člen v rovnici se změní na $k \cdot l_A$. Celková fáze se změní, přímka na obrazovce přejde na obecnou elipsu. Nyní posuneme zrcadlo do polohy x_2 , abychom tuto změnu fáze opět vrátili (vykompenzovali) na původní hodnotu – tj. nastavíme původní polohu přímky. Fáze v této nové poloze bude:

$$\varphi_2 = k2x_2 + C.$$



Obr. 5 Druhá metoda

Obě fázová zpoždění jsou si rovna, $\varphi_1 = \varphi_2$, takže:

$$k_A \cdot l_A + k(2x_1 - l_A) + C = k2x_2 + C$$

Po úpravě a dosazení za úhlové vlnočty dostaneme:

$$\frac{2\pi f}{c_A} l_A = \frac{2\pi f}{c} (2\Delta x + l_A) .$$

Z rovnice pak můžeme získat vztah pro index lomu zkoumaného prostředí:

$$n_A = \frac{c}{c_A} = \frac{l_A + 2\Delta x}{l_A} = 1 + \frac{2\Delta x}{l_A}$$

Hledanou rychlost světla ve zkoumaném prostředí c_A určíme z indexu lomu. Na rozdíl od první metody nepotřebujeme ke stanovení indexu lomu znát ani rychlost světla ve vakuu, ani frekvenci.

Při měření zjistíme, že Δx je kladné – je potřeba delší dráhy abychom vykompenzovali změnu fáze po vyjmutí zkoumaného prostředí. Je to důsledek větší fázové rychlosti světla ve vzduchu. Ze vztahu vidíme přímo, že index lomu je vždy větší než 1 (Δx je kladné).

Toto měření je příkladem kompenzační metody – změnu fáze vlnění neznámé fázové rychlosti vykompenzujeme stejnou změnou fáze vlnění o známé fázové rychlosti.

Měření

Zapněte základní jednotku, osciloskop a měřič frekvence (čítač).

Propojte čítač s konektorem **T** základní jednotky a odečtěte frekvenci vlnění (vezměte v úvahu dělič kmitočtu **R** 1:1000 na schématu přístroje).

Spojte vstupy **X** a **Y** osciloskopu s příslušnými konektory základní jednotky (zdroj a detektor světla).

Dvojitě zrcadlo umístěte poblíž počátku délkové stupnice. Spojné čočky postavte asi 3 až 5 cm před zdroj a detektor do jejich osy. Malými změnami polohy čoček (ve všech směrech) je potřeba nastavit maximální intenzitu přijímaného signálu, tj. výchylku paprsku v ose **Y** na osciloskopu. To v principu znamená, že je potřeba zajistit co nejmenší ztráty světla na jeho dráze od zdroje až po detektor, tj. co nejmenší rozbíhavost vysílaného svazku, jeho dopad do centrálních částí zrcadel, symetrický dopad svazku v ose detektoru a jeho zaostření do minimální plošky a přesně do středu detektoru. Jde vlastně o seřízení optické soustavy složené ze dvou spojných čoček a dvou zrcadel, aby vznikl co nejintenzivnější a nejmenší obraz předmětu – zdroje světla – a aby tento obraz dopadl přesně na detektor. Zdroj světla má vysokou svítivost, proto lze chod vysílaného světelného svazku dobře sledovat pomocí například listu papíru. Na dvoupaprskovém osciloskopu v normálním časovém režimu můžete přitom zobrazit současně vysílaný i přijímaný signál, porovnávat jejich intenzity, i fázový posuv, případně působení fázovacího článku φ . Pro vznik Lissajousova obrazce je pak nutné přepnout osciloskop do režimu XY (na přepínači časové základny).

I při nastavení maxima přijímaného signálu se při posunu zrcadla dál od zdroje bude intenzita signálu výrazně zmenšovat (neboť divergující svazek půjde částečně mimo zrcadel), elipsa se bude „zplošťovat“ ve svislém směru, a proto bude nutno zvýšit citlivost osciloskopu ve vertikálním směru, v nouzi i poopravit dopad světla na detektor.

Při měření použijte poznatky získané v kapitole „Obecná část“ s přihlédnutím k těmto bodům:

- u měření rychlosti světla ve vzduchu a u 1. metody volte polohu x_1 na počátku délkové stupnice
- u druhé metody vložte měřené prostředí do dráhy paprsku tak, aby dvojitě zrcadlo bylo přibližně ve dvou třetinách stupnice (poloha x_1)
- zrcadlo posunujte pomalu a nezapomeňte upravovat podle potřeby citlivost osciloskopu ve vertikálním směru
- měření opakujte pokaždé desetkrát s mírně odlišnou počáteční polohou zrcadla, abyste mohli spočítat směrodatnou chybu
- nezapomeňte stanovit přesnost čítače
- u měření v hmotném prostředí nezapomeňte změřit délku prostředí l_A a určit její chybu
- jestliže hmotné prostředí (blok pryskyřice) vložíte do dráhy obou paprsků, potom délka dráhy v něm je rovna dvojnásobku délky bloku!

Pracovní úkol

- 1) Proved'te měření rychlosti světla ve vzduchu
- 2) Stanovte směrodatnou chybu veličiny Δx . Tu dále použijte spolu s chybou měření frekvence ke stanovení výsledné chyby rychlosti světla (viz. kapitola „Chyby měření“ skript Fyzikální praktikum) a proved'te standardní zápis výsledku měření.
- 3) Stanovte rychlost světla v kapalině a pryskyřici. Podle pokynu vyučujícího použijte buď 1. nebo 2. metodu měření.
- 4) Opět stanovte celkovou směrodatnou chybu měření podobně jako v bodu 2).
- 5) Standardně zapište výsledky (viz str. 19, kapitola „E. Konečný tvar výsledku měření“), porovnejte s tabulkovými hodnotami a zhodnoťte měření.

