Část I.

AKUSTIKA

Sekce 1.

Mechanické vlnění

A.D. Pajdarová (ZČU)
KFY/FYSV (12/13)

Vlnění v prostoru

Vlnění

~ časově a prostorově periodický nebo kvaziperiodický děj spojený s přenosem energie. (viz FYAI)

Mechanické vlnění

~ vlnový pohyb látkového prostředí.

- Předpokladem jeho vzniku je pružné látkové prostředí a zdroj oscilací.

Akustická výchylka $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t)$

~ výchylka elementu prostředí na prostorové souřadnici $\boldsymbol{r}$ v čase t z jeho rovnovážné polohy ($[\boldsymbol{u}] = \mathrm{m}$).

- Je-li znám směr výchylky, uvádí se pouze její velikost, tj. $u(\boldsymbol{r}, t)$.

Vlnění v prostoru

Polarizace vlnění

• Element prostředí se může vychylovat stále stejným způsobem (kmitá na úsečce, opisuje kružnici či elipsu apod.). Pak říkáme, že ***vlnění je polarizované***.

Důležité jsou především tři případy:

1. výchylka je rovnoběžná se směrem šíření vlnění – tzv. ***podélné (longitudinální) vlnění***
2. výchylka je kolmá ke směru šíření vlnění – tzv. ***příčné (transverzální) vlnění***
3. výchylky všech elementů jsou kolmé ke směru šíření vlnění, a navíc leží ve stejné rovině – tzv. ***lineárně polarizované vlnění*** (jedná se o zvláštní případ příčného vlnění)

Vlnění v prostoru

Perioda vlnění T

~ nejkratší doba, za niž se element prostředí dostane zpět do výchozího stavu ($[T] = \mathrm{s}$).

• ***Frekvence*** udává počet opakování periodického děje za jednotku času a je dána vztahem

$$\boxed{f = \frac{1}{T}, \quad [f] = \mathrm{Hz(hertz)} = \mathrm{s}^{-1}.} \tag{I.1.1}$$

Vlnová délka λ

~ vzdálenost, o kterou vlnění postoupí za dobu jedné periody.

$$\boxed{\lambda = c\,T, \quad [\lambda] = \mathrm{m},} \tag{I.1.2}$$

kde c je rychlost šíření vlnění v daném prostředí ($[c] = \mathrm{m\,s^{-1}}$).

Vlnění v prostoru

Harmonické vlnění

~ vlnění, jehož časový a prostorový průběh je vyjádřen harmonickými funkcemi (sin a cos).

- Zde je důležitou veličinou ***úhlová frekvence*** ω, která je definována rovností

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \qquad [\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}.} \tag{I.1.3}$$

Význam harmonického vlnění

- Dovoluje konstrukci libovolných periodických průběhů ve formě Fourierovy řady (viz přednášky matematiky).
- Pomocí Fourierova integrálu lze dokonce vyjádřit i průběhy neperiodické.

Vlnění v prostoru

- K popisu vlnového pohybu z hlediska samotných elementů prostředí zavádíme veličiny:

Akustická rychlost $\boldsymbol{v}_\mathrm{a}$

$$\boxed{\boldsymbol{v}_\mathrm{a}(\boldsymbol{r},t) = \frac{\partial \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}, \qquad [v_\mathrm{a}] = \mathrm{m\,s^{-1}}.} \tag{I.1.4}$$

- Ak. rychlost říká, jak se mění ak. výchylka elementu s časem.

Akustické zrychlení $\boldsymbol{a}_\mathrm{a}$

$$\boxed{\boldsymbol{a}_\mathrm{a}(\boldsymbol{r},t) = \frac{\partial \boldsymbol{v}_\mathrm{a}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2}, \qquad [\boldsymbol{a}_\mathrm{a}] = \mathrm{m\,s^{-2}}.} \tag{I.1.5}$$

- Ak. zrychlení říká, jak se mění ak. rychlost elementu s časem.

Vlnění v prostoru

Vlnová rovnice ve 3D

• Netlumené vlnění musí splňovat vlnovou rovnici, kterou lze ve 3D zapsat ve tvaru (viz FYAI)

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t^2} = 0,} \tag{I.1.6}$$

kde ∇^2 je tzv. Laplaceův operátor definovaný vztahem

$$\nabla^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}) = \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r})}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r})}{\partial z^2} \tag{I.1.7}$$

a c je rychlost šíření vlnění v daném prostředí.

• Je nutné si uvědomit, že $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t) = u_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{r}, t)\boldsymbol{i} + u_{\mathrm{y}}(\boldsymbol{r}, t)\boldsymbol{j} + u_{\mathrm{z}}(\boldsymbol{r}, t)\boldsymbol{k}$. Rovnice (I.1.6) je tudíž soustavou 3 rovnic pro 3 složky vektoru $\boldsymbol{u}$!

Vlnění v prostoru

Význam vlnové rovnice

• Odvodíme-li z rovnic popisujících vlastnosti zvoleného prostředí rovnici ve tvaru (I.1.6), znamená to, že

1. daným prostředím se může vlnění šířit,
2. porovnáním odvozené vlnové rovnice s tvarem (I.1.6) získáme rychlost vlnění v daném prostředí.

Vztah k ostatním oblastem fyziky

• Rovnici podobného tvaru lze odvodit i pro jiné obory fyziky (např. elektromagnetické pole, „pravděpodobnostní vlny“ v kvantové mechanice atd.).

• Lze proto říci: ***Vlnová rovnice je vyjádřením univerzálních zákonitostí přírodních jevů.***

Vlnění v prostoru

- Abychom si lépe představili šíření vlnění v prostoru, zavádíme dva pomocné geometrické pojmy:

Vlnoplocha

~ geometrická místa v prostoru, do nichž vlnění dospělo ve stejném čase.

- Různé vlnoplochy se navzájem neprotínají. Obvykle se znázorňují vlnoplochy, které jsou vůči sobě posunuty o vlnovou délku. V homogenním prostředí mají výchylky na vlnoploše stejnou velikost.

Paprsek vlnění

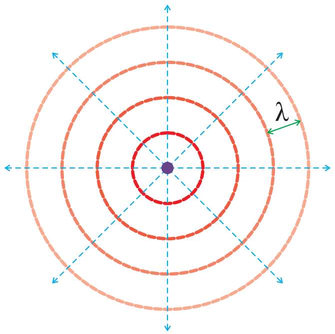
~ přímka ležící ve směru šíření vlnění.

- Z definice plyne, že paprsky jsou kolmé k vlnoploše.

Vlnění v prostoru

Kulová vlna

- Je-li zdrojem vlnění bodový element prostředí a je-li prostředí homogenní a izotropní, dospěje vlnění za stejný čas do stejných vzdáleností od zdroje, vznikají tak kulové vlnoplochy, jejichž střed leží ve zdroji vlnění (viz obr. I.1.1).

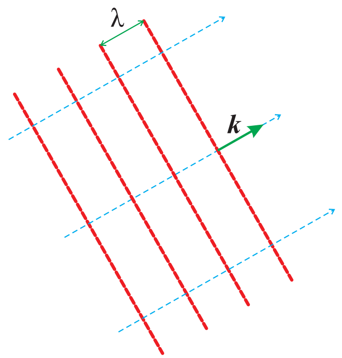


Obr. I.1.1 : Vyobrazení vlnoploch (silné čáry) a paprsků (tenké čáry) kulové vlny v homogenním izotropním prostředí. Vlnoplochy jsou zobrazeny posunuté o vlnovou délku vlnění λ.

Vlnění v prostoru

Rovinná vlna

- S rostoucí vzdáleností se křivost kulových vln zmenšuje, a tak lze v malém prostorovém úhlu nahradit kulové vlnoplochy rovinami a mluvit o rovinném vlnění (viz obr. I.1.2).



Obr. I.1.2 : Vyobrazení vlnoploch (silné čáry) a paprsků (tenké čáry) rovinné vlny v homogenním izotropním prostředí. Vlnoplochy jsou zobrazeny posunuté o vlnovou délku vlnění λ. Vlnový vektor $\boldsymbol{k}$ udává směr šíření vlny a je souhlasně rovnoběžný s paprsky vlnění.

Vlnění v prostoru

Vlnový vektor $\boldsymbol{k}$

~ je vektorová veličina, jejíž směr udává směr šíření vlny v daném místě a jejíž velikost je rovna

$$\boxed{k = \frac{\omega}{c}, \quad [k] = \mathrm{rad\,m^{-1}}} \tag{I.1.8}$$

Rovnice harmonické kulové vlny

- Kulová harmonická vlna může být v homog. izotr. prostředí popsána rovnicí

$$\boxed{u(r,t) = \frac{u_\mathrm{m}}{r}\sin(\omega t - kr),} \tag{I.1.9}$$

kde u_m je amplituda vlnění a r je vzdálenost od zdroje vlnění.

Vlnění v prostoru

Rovnice harmonické rovinné vlny

- Rovinná harmonická vlna může být v homog. izotr. prostředí popsána vztahem

$$\boxed{u(\boldsymbol{r},t) = u_{\mathrm{m}} \sin(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}).} \tag{I.1.10}$$

Fáze

- Výrazům $\omega t - kr$ a $\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}$ se říká ***fáze vlny***.
- Výraz $\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} = \mathrm{konst.}$ vlastně určuje pro rovinné vlnění fázové roviny v prostoru, jelikož pro dané t je $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} = \omega t - \mathrm{konst.} = \mathrm{konst.}'$ rovnice roviny (viz rovnice roviny ve tvaru $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{x} = d$).

Vlnění v prostoru

Zjednodušení

- Je-li směr $\boldsymbol{k}$ stále stejný, můžeme otočit $O(x,y,z)$ tak, aby osa x směřovala ve směru $\boldsymbol{k}$, pak se (I.1.10) zjednoduší na tvar (ten budeme dále používat)

$$\boxed{u(x,t) = u_{\mathrm{m}} \sin(\omega t - kx) = u_{\mathrm{m}} \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right).} \tag{I.1.11}$$

Fázový posuv

- Má-li zdroj vlnění jistý fázový posun φ, či je mimo počátek $O(x,y,z)$, je třeba k jednoduchým fázím v (I.1.9)–(I.1.11) připočítat ***fázový posuv*** φ (použití viz P2), tj.

$$\omega t - kr + \varphi, \quad \omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} + \varphi, \quad \omega(t - x/c) + \varphi.$$

Vlnění v prostoru

- S využitím (I.1.4) a (I.1.5) obdržíme:

Ak. rychlost rovinné harm. vlny

$$v_\mathrm{a}(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \underbrace{\omega u_\mathrm{m}}_{v_\mathrm{m}} \cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) \tag{I.1.12}$$

Ak. zrychlení rovinné harm. vlny

$$a_\mathrm{a}(x,t) = \frac{\partial v_\mathrm{a}(x,t)}{\partial t} = -\underbrace{\omega^2 u_\mathrm{m}}_{a_\mathrm{m}} \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) = -\omega^2 u(x,t) \tag{I.1.13}$$

- Odsud plyne, že v_a je vůči u posunuta ve fázi o $\pi/2$ a a_a je vůči u v protifázi (posun o π).

Huyghensův princip

Princip superpozice

- Šíří-li se prostředím více vln současně, vyvolají v daném místě a čase výslednou výchylku $\boldsymbol{u}$, která je dána součtem výchylek jednotlivých vlnění $\boldsymbol{u}_i$.

$$\boxed{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{u}_i(\boldsymbol{r},t)} \tag{I.1.14}$$

Interference vlnění

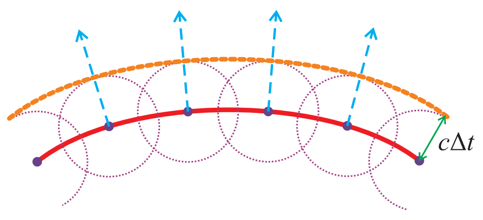
~ proces skládání vlnění dle principu superpozice.

- Dojde-li ke zvýšení amplitudy výsledného vlnění, hovoříme o ***konstruktivní interferenci***. Dojde-li naopak ke snížení výsledné amplitudy, mluvíme o ***destruktivní interferenci***.

Huyghensův princip

Huyghensův princip

- ***Vlnění se šíří prostředím tak, že všechny body, do nichž vlnění dospěje, se stávají bodovými zdroji elementárních vlnoploch. Výsledná vlnoplocha je obálkou všech těchto elementárních vlnoploch ve směru, v němž se vlnění šíří.***
- Huyghensův princip umožňuje konstrukci vlnoploch při odrazu, lomu a ohybu vlnění.

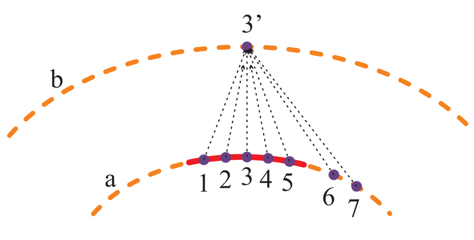


Obr. I.1.3 : Ilustrace Huyghensova principu. Silná plná čára je vlnoplocha v čase t a silná čárkovaná čára vyznačuje vlnoplochu v čase $t + \Delta t$, která je obálkou elementárních sférických vlnoploch (tenké tečkované čáry).

Huyghensův princip

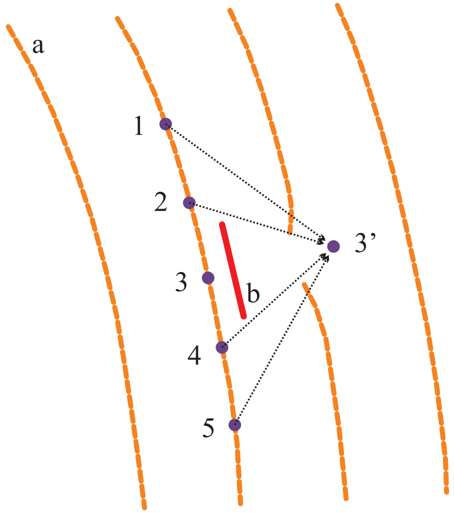
Účinná část vlnoplochy

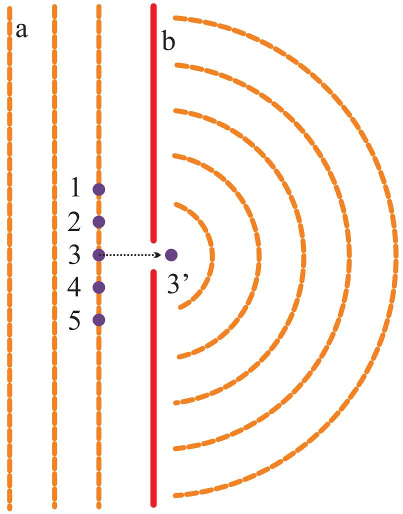
- Na tvorbě výchylky v bodě nové vlnoplochy se však podílí jen malá část původní vlnoplochy, které říkáme ***účinná část vlnoplochy*** a jejíž velikost je srovnatelná s vlnovou délkou vlnění.
- Účinná část vlnoplochy dovoluje vysvětlit chování vlnění při ohybu na překážkách s různou relativní velikostí oproti vlnové délce.



Obr. I.1.4 : Ilustrace účinné části vlnoplochy (silná plná čára). Na tvorbě výchylky v bodě $3'$ na nové vlnoploše b se podílejí jen body okolo bodu 3 z původní vlnoplochy a (body 1 – 5). Body 6 a 7 se již na tvorbě výchylky v bodě $3'$ nepodílejí.

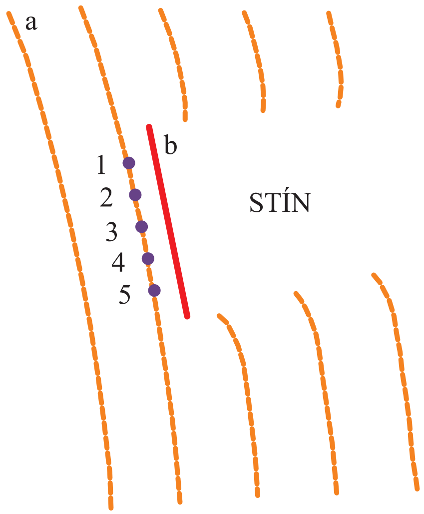
Huyghensův princip

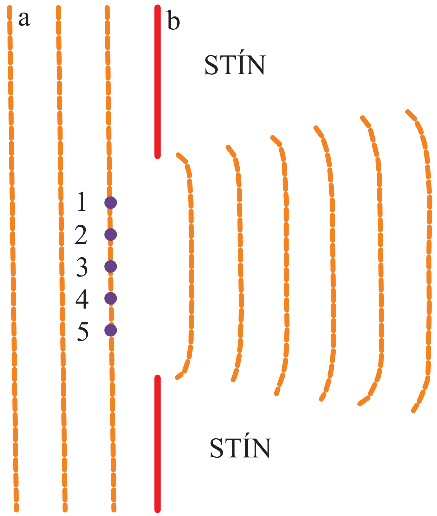




Obr. I.1.5 : Ilustrace ohybu vlnění (vlnoplochy značeny a) v případě, že překážka či otvor (označeno b) jsou menší než vlnová délka vlnění ($d \ll \lambda$).

Huyghensův princip





Obr. I.1.6 : Ilustrace ohybu vlnění (a) v případě, že překážka či otvor (b) jsou větší než vlnová délka vlnění ($d \gg \lambda$)

Huyghensův princip

Odraz a lom vlnění – ***D.Cv.***

- Ze zdrojů (viz přehled literatury) nastudovat odraz a lom vlnění.
- Budou požadovány znalosti následujících pojmů: úhel dopadu, úhel odrazu, úhel lomu, zákon odrazu, zákon lomu, rovnice zákona lomu, totální odraz, mezní úhel.

Rychlost šíření vlnění

Obecný vztah pro rychlost šíření vlnění

- Je-li prostředí homogenní a izotropní, lze odvodit (viz P1)

$$\boxed{c = \sqrt{K/\rho}, \quad [c] = \mathrm{m\,s^{-1}},} \tag{I.1.15}$$

kde K je modul objemové pružnosti a ρ je hustota prostředí.

Rychlost vlnění v plynu

- Vlnění je vždy podélné (longitudinální).
- Je-li frekvence vlnění dostatečná (stlačování a rozpínání plynu je adiabatický proces), lze psát

$$K = \kappa p_\mathrm{s}, \tag{I.1.16}$$

kde κ je Poissonova konstanta a p_s je stacionární tlak v plynu.

Rychlost šíření vlnění

Rychlost vlnění v kapalině

- V neohraničené kapalině je vlnění též podélné (longitudinální) a pro K platí výraz (I.1.16). Při ohraničení se charakter vlnění mění.
- U stěn (např. v potrubí) existuje tzv. stěnová vrstva, která snižuje rychlost vlnění v důsledku jejího přilnávání ke stěně.
- Na volné hladině konají elementy kapaliny oválný pohyb.

Rychlost vlnění v pevné látce (1/2)

- V rozměrnějších tělesech vzniká jak vlnění podélné (longitudinální), tak i vlnění příčné (transverzální), přičemž jejich rychlosti jsou rozdílné.
- Podélné vlnění je přenášeno normálovým napětím ve směru deformace tělesa, kdežto příčné vlnění přenáší napětí tečné.

Rychlost šíření vlnění

Rychlost vlnění v pevné látce (2/2)

- Rychlosti vlnění jsou dány vztahy

$$c_\mathrm{l} = \sqrt{\frac{G}{\rho}\frac{(2-2\mu)}{(1-2\mu)}} \quad \text{a} \quad c_\mathrm{t} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \tag{I.1.17}$$

kde G je modul pružnosti ve smyku a μ je Poissonovo číslo.
- Pro kovy bývá $\mu \approx 0{,}3$, pak $c_\mathrm{l} \approx 2c_\mathrm{t}$.
- U dlouhých tyčí lze K v (I.1.15) nahradit modulem pružnosti v tahu E.
- U napnutých strun se pokládá $K = \sigma_\mathrm{n}$, kde σ_n je normálové napětí v materiálu.
- Měřením c_l a c_t lze určovat G a μ, a tím i pevnost materiálu na dokončených stavbách, stav procesu tvrdnutí betonu apod.

Přenos energie vlněním

Akustický tlak p_a

- V tekutinách se vlnění přenáší změnami tlaku, které tvoří střídavou složku tlaku statického p_s (tlak v tekutině bez přítomnosti vlnění).
- Dle odvození rychlosti vlnění (viz P1), je tato střídavá složka rovna

$$\boxed{p_a(x,t) = -K\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}, \quad [p_a] = \mathrm{Pa(pascal)} = \mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-2}}.} \tag{I.1.18}$$

- Pro sinové vlnění (I.1.11) bude

$$p_a(x,t) = -K\frac{\partial}{\partial x}\left[u_m \sin\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right] = \overbrace{Ku_m\frac{\omega}{c}}^{p_m}\cos\omega\left(t-\frac{x}{c}\right).$$

Přenos energie vlněním

- Protože $K = \rho c^2$ a $\omega u_m \cos\omega\left(t-\frac{x}{c}\right) = v_a(x,t)$, lze psát $p_a(x,t) = \rho c v_a(x,t) = Z_0 v_a(x,t)$, kde Z_0 je konstanta pro dané prostředí.
- Podobně bude $p_m = Z_0 v_m = Z_0\omega u_m$.

Vlnový odpor Z_0

- Vlnový odpor je definován výrazem

$$\boxed{Z_0 = \frac{p_m}{v_m}, \quad [Z_0] = \mathrm{R(rayl)} = \mathrm{kg\,m^{-2}\,s^{-1}}.} \tag{I.1.19}$$

- ***Vlnový odpor charakterizuje vlnové vlastnosti prostředí.***
- Není-li přítomný útlum v prostředí, platí jednoduchý vztah

$$Z_0 = \rho c. \tag{I.1.20}$$

- Pro vzduch za normálních podmínek je $Z_0 \approx 400\,\mathrm{R}$.

Přenos energie vlněním

- Rychlost $v_a(t)$ uděluje elementu hmotnosti m časově proměnnou kinetickou energii $E_k(t) = \frac{1}{2} m v_a^2(t)$. Její střední hodnota bude

$$\langle E_k(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_k(t)\,dt = \frac{1}{2} m \frac{1}{T} \int_0^T v_a^2(t)\,dt = \frac{1}{2} m v_{ef}^2.$$

Efektivní rychlost v_{ef}

- Zavádíme ji jako

$$\boxed{v_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v_a^2(t)\,dt}, \quad [v_{ef}] = \mathrm{m\,s^{-1}}.} \qquad \text{(I.1.21)}$$

- ***Efektivní rychlost udává konstantní rychlost, při níž by měla částice prostředí střední kinetickou energii rovnající se časové střední hodnotě kinetické energie při dané proměnné akustické rychlosti.***

Přenos energie vlněním

- Pro sinové vlnění to znamená řešit integrál

$$v_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_m^2 \cos^2 \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) dt.$$

- Integrál se řeší substitucí $\xi = \omega(t - x/c)$ a identitou $\cos^2 \xi = \frac{1+\cos 2\xi}{2}$.

Efektivní rychlost harmonického vlnění

- Efektivní rychlost v případě harmonického vlnění je

$$\boxed{v_{ef} = \frac{v_m}{\sqrt{2}}.} \qquad \text{(I.1.22)}$$

Přenos energie vlněním

- Při vychylování z rovnovážné polohy získává element i časově závislou potenciální energii $E_\mathrm{p}(t)$. Jelikož pro harmonický oscilátor platí, že $\langle E_\mathrm{k}(t)\rangle = \langle E_\mathrm{p}(t)\rangle$ (viz FYAI), bude pro celkovou střední mechanickou energii platit

$$\langle E_\mathrm{celk}(t)\rangle = \langle E_\mathrm{k}(t) + E_\mathrm{p}(t)\rangle = \langle E_\mathrm{k}(t)\rangle + \langle E_\mathrm{p}(t)\rangle = 2\langle E_\mathrm{k}(t)\rangle = mv_\mathrm{ef}^2.$$

- Celkovou akustickou energii pak získáme sečtením celkových středních mechanických energií všech elementů $E_\mathrm{a} = \sum \langle E_\mathrm{celk}(t)\rangle = \sum mv_\mathrm{ef}^2$.
- Přechodem k integrálu (zavedením $\mathrm{d}m = \rho\mathrm{d}V$) obdržíme

Celková akustická energie E_a

$$\boxed{E_\mathrm{a} = \int_V \rho v_\mathrm{ef}^2\,\mathrm{d}V, \quad [E_\mathrm{a}] = \mathrm{J(joule)} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}.} \tag{I.1.23}$$

Přenos energie vlněním

Objemová hustota akustické energie w_a

- Platí pro ni

$$\boxed{w_\mathrm{a} = \frac{\mathrm{d}E_\mathrm{a}}{\mathrm{d}V} = \rho v_\mathrm{ef}^2, \quad [w_\mathrm{a}] = \mathrm{J\,m^{-3}},} \tag{I.1.24}$$

tj. objemová hustota ak. energie je celková ak. energie obsažená v jednotce objemu.

- ***Objemová hustota akustické energie udává rozdělení energie vlnového pohybu mezi částice prostředí.***
- Z tohoto důvodu je praktičtější než E_a, kterou můžeme ze znalosti w_a vypočítat jako

$$E_\mathrm{a} = \int_V w_\mathrm{a}\,\mathrm{d}V.$$

Přenos energie vlněním

• Okamžitý výkon vlnění určíme na základě rovnice $P = F_a v_a = S p_a v_a$, kde F_a je akustická síla a S je velikost plochy, kterou vlnění prochází kolmo. Střední hodnota výkonu pak bude

$$\langle P \rangle = S \frac{1}{T} \int_0^T p_a v_a \, dt = S Z_0 \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T v_a^2 \, dt}_{v_{ef}^2} .$$

Akustický výkon P_a

~ charakterizuje míru přenosu energie vlněním.

$$\boxed{P_a = S Z_0 v_{ef}^2, \quad [P_a] = \mathrm{W(watt)} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-3}}.} \tag{I.1.25}$$

• ***Ak. výkon je střední hodnota výkonu přenášeného vlněním.***

Přenos energie vlněním

Akustická intenzita I_a

~ je plošná hustota ak. výkonu, tj.

$$\boxed{I_a = \frac{dP_a}{dS} = Z_0 v_{ef}^2 = w_a c, \quad [I_a] = \mathrm{W\,m^{-2}},} \tag{I.1.26}$$

kde S je plocha kolmá na směr šíření vlnění.

• ***Ak. intenzita vlnění udává střední hodnotu ak. energie, která projde za jednotku času jednotkovou plochou kolmou na směr šíření vlnění.***

• Není-li daná plocha kolmá k směru šíření vlnění, musíme počítat s jejím kolmým průmětem, tj.

$$I_a = \frac{dP_a}{dS \cos\gamma}, \tag{I.1.27}$$

kde γ je úhel, který svírá normála plochy se směrem šíření vlnění.

Útlum vlnění v prostředí

- Reálné oscilátory vykazují tlumení (důsledek tření či jiných odporových sil), což vede k útlumu vlnění šířícího se prostředím.
- ***Předpoklad:*** Relativní pokles amplitudy vlny je úměrný přírůstku vzdálenosti, tj.

$$-\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{m}}{u_\mathrm{m}} = \alpha\,\mathrm{d}x. \tag{I.1.28}$$

Pokles amplitudy se vzdáleností

- Řešením rovnice (I.1.28) obdržíme pro amplitudu vlnění tvar

$$\boxed{u_\mathrm{m} = u_{\mathrm{m}0}\exp(-\alpha x),} \tag{I.1.29}$$

kde $u_{\mathrm{m}0}$ je amplituda vlnění u zdroje a α je ***koeficient zeslabení*** ($[\alpha] = \mathrm{m}^{-1}$), který charakterizuje tlumivé vlastnosti prostředí.

Útlum vlnění v prostředí

Tlumená rovinná harmonická vlna

- Získáme ji doplněním závislosti amplitudy na vzdálenosti do (I.1.11), pak

$$\boxed{u(x,t) = u_{\mathrm{m}0}\exp(-\alpha x)\sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right).} \tag{I.1.30}$$

Ak. intenzita tlumené vlny

- Uvědomíme-li si, že $I_\mathrm{a} \sim u_\mathrm{m}^2$, lze zapsat

$$\boxed{I_\mathrm{a}(x) = I_{\mathrm{a}0}\exp(-2\alpha x),} \tag{I.1.31}$$

kde $I_{\mathrm{a}0}$ je ak. intenzita vlnění u zdroje.

- Z podílu ak. intenzit v různých místech lze stanovit koef. zeslabení (viz P3).

Útlum vlnění v prostředí

Příčiny ztrát v prostředí

- Lze je rozdělit do dvou skupin:

1. Ztráty vnitřním třením v látkovém prostředí.
   V tekutině je jeho mírou viskozita η. Pro koef. zeslabení pak platí relace:

$$\alpha \sim \eta, \quad \alpha \sim \frac{1}{Z_0}, \quad \text{a} \quad \alpha \sim \frac{1}{\lambda^2}.$$

2. Částečné vyrovnávání teplot mezi místy maxim a minim ak. tlaku.
   Toto závisí na koef. tepelné vodivosti κ. Jev se nepatrně projevuje v plynech, více v kapalinách a nejvíce v pevných látkách.

Útlum vlnění v prostředí

Divergence vlnoploch

- Od útlumu ztrátami v prostředí je třeba odlišovat pokles ak. intenzity způsobený divergencí (zvětšováním) vlnoploch (ak. výkon P_a se pak rozkládá na stále větší plochy).
- V případě sférického vlnění se vlnoplocha s rostoucí vzdáleností r od bodového zdroje zvětšuje jako $S(r) = 4\pi r^2$, tudíž

$$\boxed{I_a(r) = \frac{P_a}{S(r)} = \frac{1}{4\pi}\frac{P_a}{r^2}.} \tag{I.1.32}$$

- ***U sférických vlnoploch je ak. intenzita nepřímo úměrná kvadrátu vzdálenosti od bodového zdroje.***
- U rovinných vlnoploch k tomuto jevu nedochází, protože vlnoplochy nejsou zakřiveny (stejný ak. výkon prochází stále stejnými plochami).