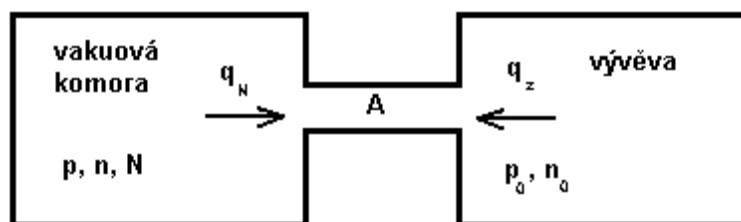


Metody získávání nízkých tlaků

1. Základní princip čerpání

Čerpaný prostor - **vakuová komora** (tlak p , koncentrace n , celkový počet částic N) a **vývěva** (tlak $p_o < p$, koncentrace $n_o < n$) jsou spojené otvorem plochy A .



Na plochu otvoru A dopadají z čerpaného prostoru molekuly, které vletí do vývěvy a ta má za úkol nějakým způsobem je odstranit.

S využitím částicového deště stanovíme částicový proud do vývěvy :

$$q_N = \frac{1}{4} n \bar{v} A$$

Přepočítáme na objemový proud plynu:

$$q_V = \frac{q_N}{n} = \frac{1}{4} \bar{v} A$$

Dostáváme veličinu, která je základním parametrem každé vývěvy :

$$S_o = \frac{1}{4} \bar{v} A \quad (\text{jmenovitá}) \text{ čerpací rychlost vývěvy } (l.s^{-1}, m^3.hod^{-1}, cfm)$$

Je to **teoretická čerpací rychlost**, nezávislá na druhu vývěvy, daná pouze velikostí vstupního otvoru vývěvy, jinak řečeno - čerpací rychlost **ideální vývěvy** bez zpětného proudu. Jak dále uvidíme, jde také o **maximální objemový proud** plynu, který vývěva dokáže odčerpávat z vakuového systému.

Čerpací rychlost je úměrná ploše vstupního otvoru A - lze ji přepočítat na jednotku plochy :

$$s_o = \frac{1}{4} \bar{v} \quad \text{specifická čerpací rychlost}$$

Po dosazení dostaneme (ne)očekávaně :

$$s_o = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} = C_{EF}^{(1)} = 11,6 \text{ l.s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$$

Specifická čerpací rychlost je tedy rovna **efúzní vodivosti** vstupního otvoru vývěvy a pro vzduch za pokojové teploty platí uvedená hodnota $11,6 \text{ l.s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$:

Nyní můžeme stanovit pV -proud do vývěvy :

$$q = p \cdot S_o$$

Dále uvažme, že ve vývěvě je také nějaký velmi malý tlak $p_0 \neq 0$ - tzv. **mezní tlak vývěvy** (a příslušná koncentrace n_0):

Pak ovšem také z vývěvy do vakuového systému teče proud molekul, tzv. **zpětný proud vývěvy** :

$$q_{N_z} = \frac{1}{4} n_o \bar{v} A$$

Když ho přepočítáme na objemový proud molekul, dostaneme kupodivu hodnotu rovnou jmenovité čerpací rychlosti:

$$q_{V_z} = \frac{q_N}{n_o} = \frac{1}{4} \bar{v} A = S_o$$

Potom zpětný pV -proud bude :

$$q_z = p_o \cdot S_o$$

Celkový pV -proud plynu do vývěvy bude součtem obou těchto proudů (s uvážením směru) :

$$q_{celk} = q - q_z = pS_o - p_oS_o = S_o \cdot (p - p_o)$$

Jako důsledek proudu plynu do vývěvy klesá při čerpacím procesu tlak p ve vakuovém systému, tedy klesá i čerpací tok q do vývěvy - až se vyrovná se zpětným tokem q_z a celkový proud do vývěvy klesne na nulu :

$$q_{celk} = pS_o - p_oS_o = S_o \cdot (p - p_o) = 0$$

Z toho vyplývá podmínka pro výsledný nejmenší tlak ve vakuovém systému :

$$p = p_o = p_{mez} \quad \text{mezní tlak vakuového systému}$$

Mezní tlak vakuového systému je roven meznímu tlaku vývěvy.

Přepočítejme ještě celkový pV -proud do vývěvy na proud objemový :

$$q_V^{celk} = \frac{q_{celk}}{p} = \frac{S_o(p - p_o)}{p} = S_o \left(1 - \frac{p_o}{p} \right)$$

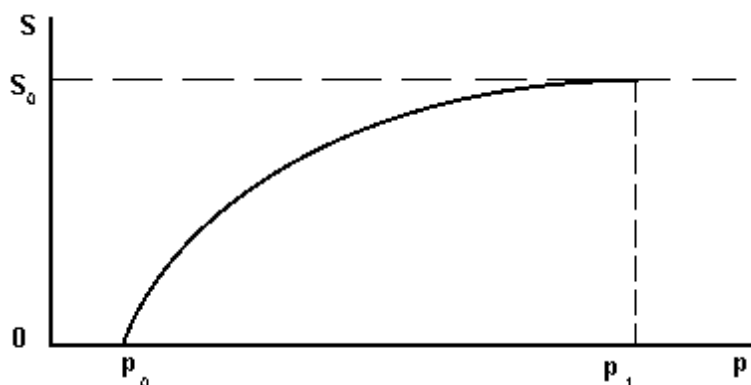
Dostáváme tak výsledný objemový proud plynu do vývěvy, tj. *výslednou (skutečnou, efektivní) čerpací rychlost vývěvy* :

$$S = S_o \cdot \left(1 - \frac{p_o}{p} \right)$$

skutečná (efektivní) čerpací rychlost vývěvy

Na grafickém znázornění si povšimněme :

- na počátku čerpání je $p \gg p_o \dots S \rightarrow S_o$
- na konci čerpání je $p \rightarrow p_o \dots S \rightarrow 0$



Skutečná čerpací rychlost je na počátku čerpání rovna jmenovité čerpací rychlosti.

2. Časový průběh tlaku

Protože tlak ve vakuové komoře klesá při čerpacím procesu až meznímu tlaku, pokusíme se stanovit jeho časový průběh :

$$p = p(t)$$

Vrátíme se k částicovým proudům a využijeme definice čerpací rychlosti: Do vývěvy teče proud :

$$q_N = \frac{1}{4} n \bar{v} A = n \cdot S_o$$

A z vývěvy teče zpětný proud :

$$q_{N_z} = \frac{1}{4} n_o \bar{v} A = n_o \cdot S_o$$

Tedy celkový částicový proud do vývěvy je :

$$q_N^{celk} = n \cdot S_o - n_o \cdot S_o = S_o (n - n_o)$$

Je to počet částic, které za jednotku času opustí vakuovou komoru - a musí být roven úbytku celkového počtu částic N v komoře za jednotku času :

$$\frac{dN}{dt} = -S_o (n - n_o)$$

Za celkový počet částic dosadíme s využitím objemové koncentraci částic a celkového objemu V vakuového systému :

$$N = n \cdot V$$

Tedy dostaneme :

$$V \cdot \left(\frac{dn}{dt} \right) = -S_o (n - n_o)$$

Rovnice je vhodná na separaci proměnných :

$$\frac{dn}{n - n_o} = - \left(\frac{S_o}{V} \right) dt$$

Po integraci od počáteční koncentrace n_1 při počátečním nulovém čase do konečné koncentrace n v libovolném čase t dostaneme :

$$\ln \left(\frac{n - n_o}{n_1 - n_o} \right) = - \left(\frac{S_o}{V} \right) \cdot t$$

Za koncentraci dosadíme ze stavové rovnice a dostaneme (p_1 je počáteční tlak) :

$$\ln \left(\frac{p - p_o}{p_1 - p_o} \right) = - \left(\frac{S_o}{V} \right) \cdot t$$

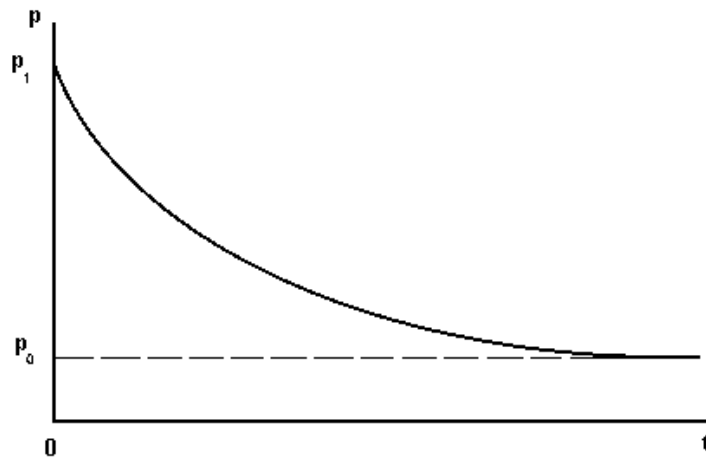
A s využitím definice logaritmu převedeme na exponenciálu :

$$p = p_o + (p_1 - p_o) \cdot e^{-\frac{S_o}{V} \cdot t}$$

pokles tlaku ve vakuovém systému

Na grafickém znázornění je vidět, že tlak klesá podle exponenciely, k meznímu tlaku se přiblíží jen v limitě pro nekonečně dlouho dobu.

Pokles tlaku bude záviset na poměru čerpací rychlosti a objemu vakuového systému, pro rychlé čerpání je potřebujeme vysokou čerpací rychlost a malý objem vakuové komory.



3. Výpočet doby čerpání vakuové komory

Z důvodu exponenciálního poklesu tlaku k limitní mezní hodnotě nemá smysl otázka, za jak dlouho bud dosaženo mezního tlaku, ale můžeme vypočítat dobu čerpání vakuové komory pro zadaný objem V a čerpací rychlost vývěvy S_o od počátečního (atmosférického) tlaku p_1 do libovolného konečného tlaku $p > p_o$.

Použijeme předchozí řešení ve tvaru :

$$\ln\left(\frac{p - p_o}{p_1 - p_o}\right) = -\left(\frac{S_o}{V}\right) \cdot t$$

Ze kterého osamostatníme požadovaný čas :

$$t = \frac{V}{S_o} \cdot \ln \frac{p_1 - p_o}{p - p_o}$$

Můžeme také zavést veličinu :

$$\boxed{\tau = \frac{V}{S_o}} \quad \text{časová konstanta (poklesu tlaku)}$$

Potom lze psát :

$$\boxed{t = \tau \cdot \ln \frac{p_1 - p_o}{p - p_o}} \quad \text{doba čerpání vakuové komory}$$

Při dostatečně vysokém konečném tlaku lze mezní tlak zanedbat, pak dostaneme jednodušší vztah :

$$t = \tau \cdot \ln \frac{p_1}{p}$$

a tomu bude odpovídat rovnice pro pokles tlaku :

$$p = p_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Můžeme pak usoudit, jaký poměr tlaků bude dosažen za dobu rovnou časové konstantě, nebo jejím násobkům, například :

- $\frac{p}{p_1} = e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-1} = 0,368$ pro $t = \tau$,
- $\frac{p}{p_1} = e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-3} = 0,050$ pro $t = 3\tau$,
- $\frac{p}{p_1} = e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-5} = 0,007$ pro $t = 5\tau$.

Příklad: (doba čerpání vakuové komory)

Za jak dlouho se vyčerpá vakuová komora o objemu $0,5\text{m}^3$ pomocí rotační vývěvy s čerpací rychlostí $30\text{m}^3 \cdot \text{hod}^{-1}$ z počátečního atmosférického tlaku na tlak 1mbar ?

Řešení:

Aplikujeme rovnici pro dobu čerpání ve zjednodušeném tvaru, protože mezní tlak rotačních vývěv je nejméně 100 x menší :

$$t = \tau \ln \frac{p_1}{p} = \frac{V}{S_0} \ln \frac{p_1}{p} = \frac{0,5 \cdot 3600}{30} \ln \frac{1000}{1} = 414,6\text{ s} \approx 7\text{ min}$$

4. Mezní tlak vakuového systému v reálné situaci

Zatím jsme zanedbávali desorpci plynu ze stěn a případné další toky plynu z vnější atmosféry do vakuové komory, například netěsnostmi stěn a difúzní tok stěnami.

Označme tedy:

- q^{des} desorpční tok plynu z povrchů stěn
- q^{dif} difúzní tok plynu stěnami (permeace)
- q^{net} tok plynu netěsnostmi

Celkem:

$$q^u = q^{des} + q^{dif} + q^{net}.$$

Všechny tyto toky vnášejí plyn do objemu vakuové komory, působí tedy stejně jako zpětný tok plynu z vývěvy. Přidáme tedy celkový tok q^u do rovnice pro výsledný tok plynu z vakuové komory se stejným znaménkem jako zpětný tok :

$$q^{celk} = pS_o - p_oS_o - q^u$$

Podmínka ustáleného stavu :

$$q^{celk} = 0$$

bude splněna při nějakém minimálním tlaku ve vakuové komoře – při **mezním tlaku** vakuového systému :

$$0 = p_{mez} \cdot S_o - p_oS_o - q^u$$

Po úpravě rovnice dostáváme:

$$p_{mez} = p_o + \frac{q^u}{S_o}$$

mezní tlak vakuového systému

Vidíme jasně, že mezní tlak vakuového systému bude v reálné situaci vždy větší než mezní tlak vývěvy.

$$p_{mez} > p_o$$

Získaný vztah pro mezní tlak vakuového systému nám také dává návod, co udělat pro snížení tohoto tlaku :

- 1) zmenšit natékání plynu q^u vhodný materiál stěn, kvalitní výroba, odplynění
- 2) zvětšit čerpací rychlost S_o , velká vývěva

Ilustrační příklad :

Pro kovovou vakuovou komoru (bez netěsností a permeace stěnami) o vnitřní ploše 1m^2 je desorpční tok po 1 hodině čerpání :

$$q^{des} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ mbar.l.s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \text{B}q^u,$$

(zanedbáme-li q^{dif} a q^{net}).

Jestliže zanedbáme p_o (vhodná vývěva), dostaneme :

$$p_{mez} = \frac{q^u}{S_o}$$

A pro dosažení hranice ultravakua $10^{-7} \text{ mbar} = 10^{-5} \text{ Pa}$ je potřeba vývěvu s čerpací rychlostí:

$$S_o = \frac{q^u}{p_{mez}} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \text{ mbar.l.s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot 1 \text{ m}^2}{10^{-7} \text{ mbar}} = 10^3 \text{ l.s}^{-1}$$

Tato čerpací rychlost je reálná.

Ale dosažení hranice extrémního vakua $10^{-12} \text{ mbar} = 10^{-10} \text{ Pa}$ by vyžadovalo vývěvu o 5 řádů výkonnější :

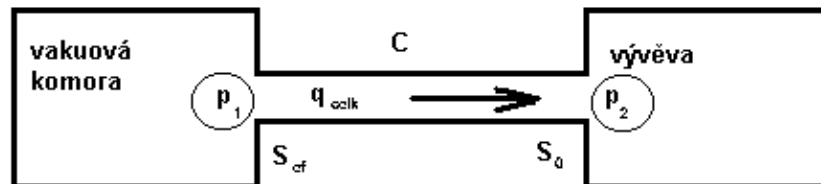
$$S_o = 10^8 \text{ l.s}^{-1}$$

Avšak taková vývěva neexistuje (největší difúzní vývěva má $5 \cdot 10^5 \text{ l.s}^{-1}$).

Musíme provést odplynění vakuového systému – jestliže se podaří snížit desorpční tok o 5 řádů, pak se k uvedenému tlaku dostaneme s původní vývěvou 1000 l.s^{-1} .

5. Vliv vodivosti potrubí

Za reálných podmínek vývěvu a vakuovou komoru spojuje většinou nějaké potrubí o vodivosti C (o vakuovém odporu R).



U hrdla vývěvy necht' je čerpací rychlost S_0 . Při tlaku p_2 daleko od mezního tlaku je to skutečná čerpací rychlost, tj. objemový proud plynu. U komory je pak tento proud menší, nazýváme jej **efektivní čerpací rychlost** S_{ef} , neboť podle rovnice kontinuity platí:

$$q_{celk} = S_0 p_2 = S_{ef} p_1 \quad (1)$$

Stejný tok lze také vyjádřit pomocí vodivosti potrubí:

$$q_{celk} = C(p_1 - p_2)$$

Tedy například:

$$C(p_1 - p_2) = p_1 S_{ef} \quad (2)$$

Vyjádříme p_2 z rovnice (1):

$$p_2 = p_1 \left(\frac{S_{ef}}{S_0} \right)$$

a dosadíme do rovnice (2):

$$C \left(p_1 - p_1 \frac{S_{ef}}{S_0} \right) = p_1 S_{ef}$$

Vydělíme p_1 a vynásobíme S_0 :

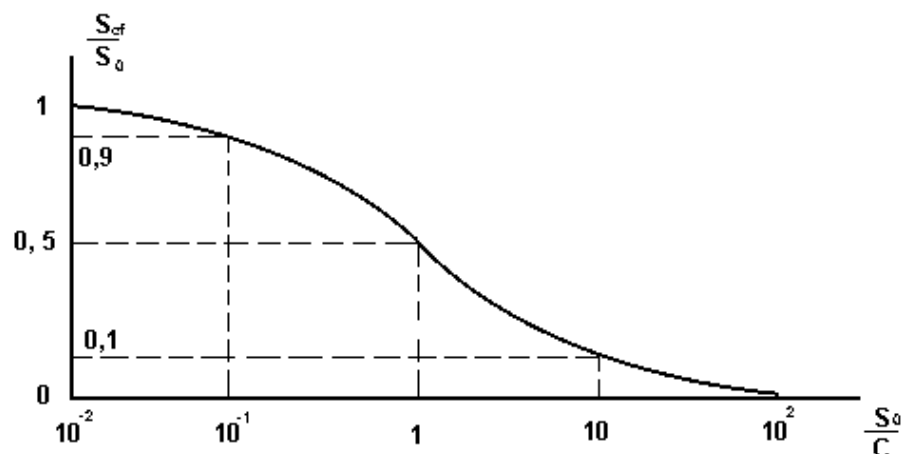
$$CS_0 - CS_{ef} = S_{ef} S_0$$

Dostáváme :

$$S_{ef} = \frac{CS_0}{C + S_0} = \frac{S_0}{1 + \frac{S_0}{C}}$$

efektivní čerpací rychlost

Graficky:



Diskuse mezních stavů :

1) velká vodivost potrubí (malý odpor):

$$C \gg S_0 \Rightarrow \Rightarrow S_{ef} = S_0 \quad \dots\dots\dots \text{o čerpání rozhoduje vývěva}$$

2) malá vodivost potrubí (velký odpor):

$$C \ll S_0 \Rightarrow \Rightarrow S_{ef} = C \quad \dots\dots\dots \text{o čerpání rozhoduje potrubí}$$

(nemá smysl zvyšovat čerpací rychlost)

Při střední vodivosti potrubí potom bude :

$$(C = S_0) \Rightarrow S_{ef} = \frac{1}{2} S_0$$

Z výše uvedeného plyne, že pro optimální využití čerpací rychlosti vývěvy musí mít potrubí dosti velkou vodivost – například pro využití vývěvy z 90 % je nutná vodivost potrubí :

$$C = 10 \cdot S_0 \rightarrow S_{ef} = \frac{S_0}{1 + \left(\frac{S_0}{10 \cdot S_0}\right)} = S_0 \cdot \left(\frac{1}{1,1}\right) = 0,9 \cdot S_0$$

Příklad : (efektivní čerpací rychlost)

Jaká je efektivní čerpací rychlost na konci potrubí délky 1m a průměru 40mm, když $S_0 = 30 \text{ m}^3 \cdot \text{hod}^{-1}$?

Řešení:

Vývěva pracuje v oboru tlaku je $10^3 \text{ mbar} - 10^{-2} \text{ mbar} \rightarrow$ viskózní proudění ($\bar{l} < d$), kdy pro vodivost trubky platí:

$$C = 2,158 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{r^4}{l}\right) \cdot P_{stř}$$

1) Na začátku čerpání - pro atmosférický tlak bude vodivost :

$$C = 2,158 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{0,02^4}{1}\right) \cdot 10^5 = 345 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Porovnáme s čerpací rychlostí vývěvy:

$$S_0 = \frac{30}{3600} = 0,0083 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \dots\dots\dots S_0 \ll C \dots\dots \text{potom je } S_{ef} = S_0$$

2) Blízko hranice 10^{-2} mbar pak bude vodivost trubky :

$$C = 2,158 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{0,02^4}{1}\right) \cdot 10^0 = 3,45 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Porovnáme : $C \approx S_0 \dots\dots\dots S_{ef} \approx 0,5 \cdot S_0$

Pro přesnější hodnotu dosadíme :

$$S_{ef} = \frac{S_0}{1 + \left(\frac{S_0}{C}\right)} = \frac{S_0}{1 + \left(\frac{8,3 \cdot 10^{-3}}{3,45 \cdot 10^{-3}}\right)} =$$
$$= 0,29 \cdot S_0 = 0,29 \cdot 30 = 8,8 \text{ m}^3 \cdot \text{hod}^{-1}$$